



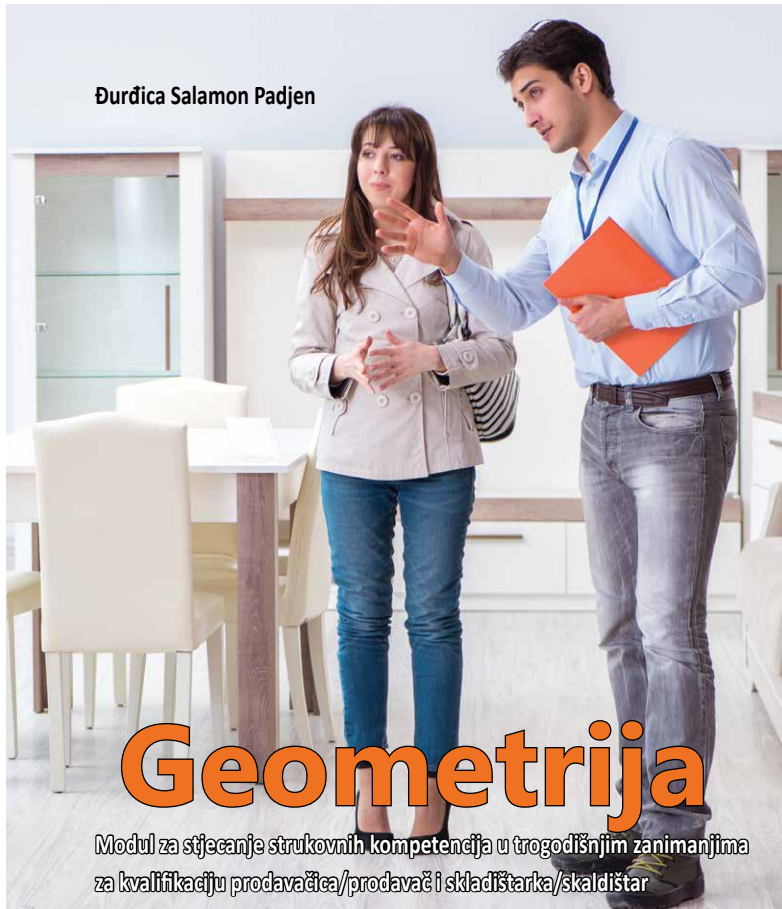
# Geometrija

**RADNI LISTIĆI**

Đurđica Salamon Padjen

# Predgovor

Ovi radni listići prate udžbenik



Što donose radni listići?

Za svaku je temu napravljen po jedan listić s 6 zadataka. Prva tri zadatka vrlo su jednostavna i prate izloženo gradivo. Sljedeća dva zadatka propituju primjenu promatranog gradiva na struku. Za tih pet zadataka predviđen je prostor za upis rješenja. Posljednji zadatak ima naslov ISTRAŽI. Od učenika se očekuje angažman kod kuće, rješenje zadatka učenik će zapisati/nacrtati u bilježnicu.

**Za što mogu poslužiti radni listići?**

1. Na kraju obrade nastavne teme nastavnik može projicirati zadatke za utvrđivanje obrađenog.
2. Nastavnik može podijeliti PDF listića učenicima za domaću zadaću.
3. Na sljedećem satu nastavnik može isprintati listić dati učenicima kao 10-minutni ispit za provjeru usvojenosti obrađene teme.

Rješenja zadataka nalaze se na poleđini listića. Tu je prijedlog broja bodova po zadatku te bodovna lista s prijedlogom ocjena. Zadatak ISTRAŽI ne nosi bodove. No, ako je učenica/učenik na granici između dviju ocjena, a lijepo je priredila/priredio zadatak ISTRAŽI, predlažemo višu ocjenu.

Na poleđini listića nalaze se i rješenja zadataka iz udžbenika uz eventualnu napomenu nastavnika. Riješen je svaki uvodni zadatak, svaki zadatak iz obrade koji nije u udžbeniku riješen te završni zadatak.

Budući da udžbenik obrađuje tri skupa ishoda, iza radnih listića koji je odnose na pojedini skup dana je BANKA ZADATAKA vezanih za taj skup ishoda. Zadatci su raspoređeni u dvije skupine. Prva se odnosi na jednostavno utvrđivanje gradiva, a druga na primjenu tog gradiva. Rješenja zadataka nalaze se neposredno iza samih zadataka.

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Razredni odjel: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

1. U trokutu su zadana dva kuta,  $\alpha = 45^\circ$  i  $\beta = 75^\circ$ . Izračunaj treći kut  $\gamma$ .

\_\_\_\_\_

2. Ako je unutarnji kut  $\alpha = 115^\circ$ , izračunaj njegov vanjski kut  $\alpha'$ .

\_\_\_\_\_

3. Promotri veličine kutova trokuta i odredi je li trokut šiljastokutan, pravokutan ili tupokutan.

a) Kutovi su:  $40^\circ$ ,  $50^\circ$  i  $90^\circ$ . \_\_\_\_\_

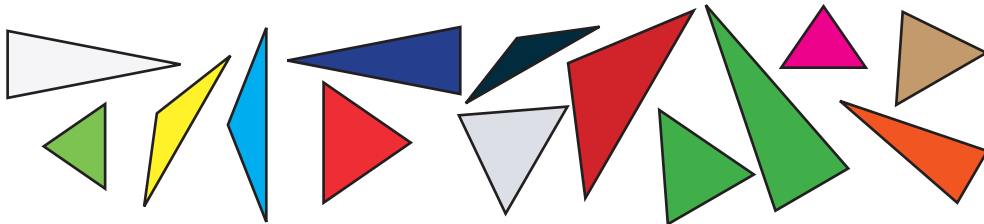
b) Kutovi su:  $20^\circ$ ,  $130^\circ$  i  $30^\circ$ . \_\_\_\_\_

4. U prodavaonicu je stigao promotivni stalak. Bočna strana stalka s podlogom zatvara kut  $\alpha = 90^\circ$  (pravi kut), a kut na vrhu stalka iznosi  $\beta = 55^\circ$ . Izračunaj koliki je kut pod kojim stalak dodiruje pod s prednje strane (kut  $\gamma$ ). Označi te kutove na slici.



\_\_\_\_\_

5. Prodavač treba razvrstati naljepnice za akcijske cijene prema obliku stranica. Dopuni rečenice.



a) Trokut koji ima sve tri stranice različite duljine zove se \_\_\_\_\_

b) Trokut koji ima dvije stranice jednake duljine zove se \_\_\_\_\_

c) Trokut koji ima sve tri stranice jednake duljine zove se \_\_\_\_\_

Prekriži suvišno.

Na slici su raznostranični jednakokračni jednakostranični trokuti.

Prošeci prodavaonicom ili promatraj oglase na internetu. Pronađi primjer gdje se trokut upotrebljava kao simbol ili logotip nekog brenda. Skiciraj u bilježnicu taj logotip i pokušaj odrediti je li on šiljastokutan, pravokutan ili tupokutan.

Zadatak	Rješenje	Broj bodova
1.	$\gamma = 60^\circ$	2
2.	$\alpha' = 65^\circ$	2
3.	a) pravokutni, b) tupokutni	2
4.	$\gamma = 35^\circ (180^\circ - 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ)$	6
5.	a) raznostranični, b) jednakokračni, c) jednakostranični. Svi su trokuti na slici jednakokračni.	3
Ukupno		15

Bodovni prag	0 – 7 0 % – 49 %	8 – 9 50 % – 63 %	10 – 11 64 % – 76 %	12 – 13 77 % – 89 %	14 – 15 90 % – 100 %
Ocjena	nedovoljan (1)	dovoljan (2)	dobar (3)	vrlo dobar (4)	odličan (5)

Zadatak ISTRAŽI ne donosi bodove nego, u slučaju graničnog broja bodova, povećá ocjenu na gore.

#### RJEŠENJA ZADATAKA IZ UDŽBENIKA

<p>1. 130 cm (za jednu policu)</p> <p>2. 390 cm (za cijeli stalak / 3 police)</p> <p>3. 3.9 m (pretvoreno u metre)</p> <p>4. 4.68 € (ukupni trošak)</p> <p>Važno: Za izračun troška bilo je nužno prvo pretvoriti ukupnu duljinu iz centimetara u metre (3.9 m), jer se cijena odnosi na 1 metar.</p>	
---	--

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

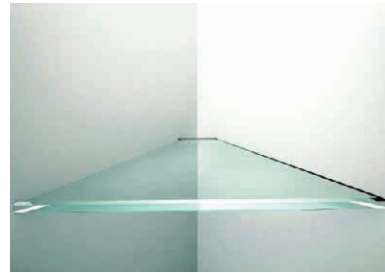
Razredni odjel: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

1. Opseg trokuta kojemu dvije stranice duljine:  $a = 45$  cm,  $b = 30$  cm, iznosi 130 cm. Kolika je duljina stranice  $c$ ?

2. Izračunaj površinu trokuta ako je duljina njegove stranice  $a = 14$  cm, a duljina pripadajuće visine na tu stranicu  $v_a = 8$  cm.

3. Ako su stranice trokuta  $a = 3$  cm,  $b = 4$  cm i  $c = 5$  cm, izračunaj koliko iznosi njegova površina.

4. Prodavač treba naručiti staklo za trokutastu policu. Ako je osnovica trokuta 60 cm, a visina 40 cm, kolika je površina stakla?



5. Kupac je kupio ostatak tepiha u obliku trokuta stranica  $a = 3$  m,  $b = 4$  m i  $c = 5$  m.

a) Koliki je opseg tog tepiha?

b) Ako usluga rubljenja (opšivanja) tepiha stoji 3.50 € po dužnom metru, koliko će kupac platiti rubljenje cijelog tepiha?



Posjeti web stranicu neke trgovine podnim oblogama ili tekstilom. Pronađi cijenu po kvadratnom metru za bilo koji tepih ili tkaninu. Izračunaj koliko bi stajao komad te tkanine u obliku trokuta ako su mu stranica i visina po tvom izboru (npr. 2 m i 1.5 m).

Zadatak	Rješenje	Broj bodova
1.	$c = 55 \text{ cm}$	2
2.	$P = 56 \text{ cm}^2$	2
3.	Ovo je pravokutan trokut jer vrijedi $3^2 + 4^2 = 5^2$ , pa su stranice $a$ i $b$ ujedno osnovica i visina, $P = 6 \text{ cm}^2$	2
4.	$P = 1\,200 \text{ cm}^2$	4
5.	a) $o = 12 \text{ m}$ ; b) cijena = $12 \text{ €/m} \cdot 3.50 \text{ m} = 42 \text{ €}$	5
ISTRAŽI	$P = (2 \text{ m} \cdot 1.5 \text{ m}) : 2 = 1.5 \text{ m}^2$ Ako je cijena, primjerice, $20 \text{ €/m}^2$ , ukupno $1.5 \text{ m}^2 \cdot 20 \text{ €/m}^2 = 30 \text{ €}$ .	
Ukupno	.	15

Bodovni prag	0 – 7 0% – 49%	8 – 9 50% – 63%	10 – 11 64% – 76%	12 – 13 77% – 89%	14 – 15 90% – 100%
Ocjena	nedovoljan (1)	dovoljan (2)	dobar (3)	vrlo dobar (4)	odličan (5)

Zadatak ISTRAŽI ne donosi bodove nego, u slučaju graničnog broja bodova, poveća ocjenu na gore.

#### RJEŠENJA ZADATAKA IZ UDŽBENIKA

<p>Prerezao je karton po dijagonali.</p> <p>1. <math>600 \text{ cm}^2</math> (Površina pravokutnika)</p> <p>2. <math>300 \text{ cm}^2</math> (Površina svakog trokuta)</p> <p>Važno: Rezanjem pravokutnika po dijagonali dobivaju se dva jednaka trokuta, pa je površina svakog od njih točno polovica površine pravokutnika (<math>600 : 2 = 300</math>).</p>	<p><b>ZADATAK 1.</b></p> <p><math>v_a = 24.71 \text{ cm}</math> (točno: <math>\frac{420}{17} \text{ cm}</math>)</p> <p><math>v_b = 16.8 \text{ cm}</math></p> <p><math>v_c = 15 \text{ cm}</math></p> <p>Opseg trokuta stranica <math>v_a, v_b, v_c</math>: <math>o = 56.51 \text{ cm}</math></p> <p>Da bi se izračunale visine, prvo je bilo potrebno odrediti površinu trokuta Heronovom formulom: <math>P = 210 \text{ cm}^2</math>.</p>	<p>1. <math>16.26 \text{ m}^2</math> (Površina s uračunatih 15% otpada)</p> <p>2. <math>406.50 \text{ €}</math> (Iznos računa za tepih)</p> <p>3. <math>20 \text{ m}</math> (Duljina rubova za opšivanje)</p> <p>4. <math>70.00 \text{ €}</math> (Cijena usluge opšivanja)</p> <p>5. <math>476.50 \text{ €}</math> (Ukupni račun)</p> <p>Važno: Za izračun je korištena Heronova formula kojom je dobivena osnovna površina od <math>14.14 \text{ m}^2</math>, koja je potom uvećana za 15% dodatnog materijala (otpada).</p>
--	---	---

## Pravokutni trokut

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Razredni odjel: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

1. Izračunaj duljinu hipotenuze pravokutnog trokuta ako su zadane katete  $a = 12$  cm i  $b = 16$  cm.

---

2. Izračunaj površinu pravokutnog trokuta čije su stranice uz pravi kut (katete) dugačke 10 cm i 20 cm.

---

3. Provjeri je li trokut pravokutan ako su mu stranice dugačke:  $a = 8$  cm,  $b = 15$  cm i  $c = 17$  cm.

---



---

4. Prodavač treba postaviti ukrasnu vrpцу samo na najdulji rub pravokutne kutne police. Ako su katete police dugačke 30 cm i 40 cm, koliko će mu centimetara vrpce trebati?

---



---

5. Kolika je površina police iz prethodnog zadatka?

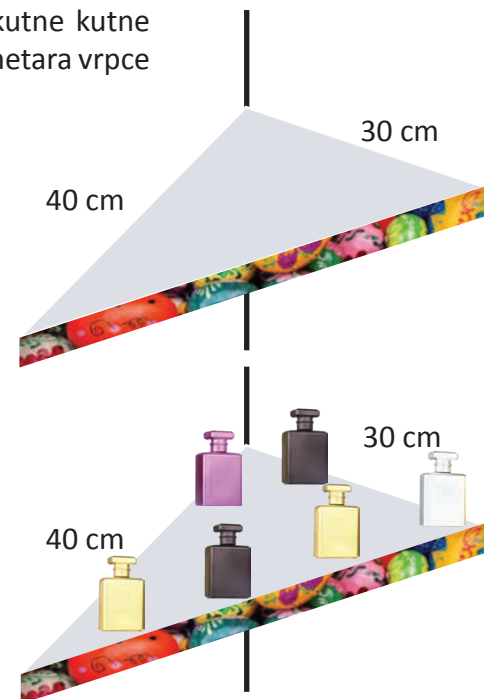
a) Koliko bočica parfema stane na tu policu ako za svaku treba predvidjeti površinu od  $100$  cm<sup>2</sup>?

b) Ako jedna bočica parfema stoji 45 €, kolika je ukupna vrijednost robe na jednoj punoj polici?

---



---



Zadatak	Rješenje	Broj bodova
1.	$c = 20 \text{ cm}$	2
2.	$P = 100 \text{ cm}^2$	2
3.	DA ( $64 + 225 = 289$ )	2
4.	$c = 50 \text{ cm}$	4
5.	$P = (30 \cdot 40) : 2 = 600 \text{ cm}^2$ ; a) $600 \text{ cm}^2 : 10 \text{ cm}^2 = 6$ ; b) $6 \cdot 45 \text{ €} = 270 \text{ €}$	5
Ukupno		15

Bodovni prag	0 – 7 0% – 49%	8 – 9 50% – 63%	10 – 11 64% – 76%	12 – 13 77% – 89%	14 – 15 90% – 100%
Ocjena	nedovoljan (1)	dovoljan (2)	dobar (3)	vrlo dobar (4)	odličan (5)

Zadatak ISTRAŽI ne donosi bodove nego, u slučaju graničnog broja bodova, poveća ocjenu na gore.

#### RJEŠENJA ZADATAKA IZ UDŽBENIKA

<p>1. 100 cm (Duljina ukrasne vrpce / najdulje stranice)</p> <p>2. 2 400 cm<sup>2</sup> (Površina police)</p> <p>3. 24 bočice (Broj parfema koji stane na policu)</p> <p>Važno: Duljina najdulje stranice (hipotenuze) izračunata je pomoću Pitagorinog poučka (<math>60^2 + 80^2 = 100^2</math>), a površina tako da se umnožak kraćih stranica podijeli s 2.</p>	<p>ZADATAK 1.</p> <p>a) Da</p> <p>b) Da</p> <p>ZADATAK 2.</p> <p>a) 50 mm (ili 5 cm)</p> <p>b) 13 cm</p> <p>Svi navedeni primjeri su pravokutni trokuti jer zadovoljavaju Pitagorin poučak (<math>a^2 + b^2 = c^2</math>).</p>	
--	--	--

## Jednakokrani trokut

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Razredni odjel: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

1. Izračunaj opseg jednakokračnog trokuta ako je duljina osnovice  $a = 12$  cm, a duljina kraka  $b = 10$  cm.

\_\_\_\_\_

2. Kod jednakokračnog trokuta visina dijeli osnovicu na dva jednaka dijela. Ako je osnovica  $a = 24$  cm, a krak  $b = 15$  cm, izračunaj duljinu visine  $v_a$  koristeći se Pitagorinim poučkom.

\_\_\_\_\_

3. Izračunaj površinu jednakokračnog trokuta ako mu je osnovica  $a = 10$  cm, a visina na osnovicu  $v_a = 12$  cm.

\_\_\_\_\_

4. U drogeriji „Miris“ postavljaju trokutaste podloge na za parfeme. Trokuti su jednakokrani s osnovicom od 60 cm i krakovima od 50 cm. Hoće li podloge stati na policu ako je njezina širina 40 cm? (Uputa: izračunaj visinu na osnovicu trokuta i usporedi sa širinom police.)



\_\_\_\_\_

5. a) Kolika je najmanja duljina police iz prethodnog zadatka (u centimetrima) ako na nju treba stati 8 trokutastih podloga?



- b) Izrazi tu duljinu u metrima.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Pronađi u svojoj kupaonici ili kuhinji jedan proizvod čija ambalaža ili naljepnica ima oblik jednakokračnog trokuta (npr. logo nekog brenda ili kutija). Izmjeri osnovicu i krakove, pa provjeri je li taj trokut „vitak“ (visok) ili „širok“ (nizak). Što misliš, zašto je dizajner odabrao baš taj oblik?

Zadatak	Rješenje	Broj bodova
1.	$o = 32 \text{ cm}$	2
2.	$v_o = 9 \text{ cm}$	2
3.	$P = 60 \text{ cm}^2$	2
4.	$v_o = 40 \text{ cm}$ Hoće, podloga će stati na policu.	4
5.	a) 480 cm; b) 4.8 m	5
Ukupno		15

Bodovni prag	0 – 7 0 % – 49 %	8 – 9 50 % – 63 %	10 – 11 64 % – 76 %	12 – 13 77 % – 89 %	14 – 15 90 % – 100 %
Ocjena	nedovoljan (1)	dovoljan (2)	dobar (3)	vrlo dobar (4)	odličan (5)

Zadatak ISTRAŽI ne donosi bodove nego, u slučaju graničnog broja bodova, poveća ocjenu na gore.

#### RJEŠENJA ZADATAKA IZ UDŽBENIKA

<p>1. 40 cm (Visina stalka)</p> <p>2. 480 cm (Najmanja duljina police, odnosno 4.8 m)</p> <p>Visina je izračunata pomoću Pitagorina poučka (<math>a^2 + b^2 = c^2</math>) jer visina dijeli jednakokrani trokut na dva pravokutna trokuta s osnovicom od 30 cm.</p>	<p><b>ZADATAK 1.</b></p> <p>(Opseg i površina)</p> <p>a) <math>o = 16 \text{ cm}</math>, <math>P = 12 \text{ cm}^2</math></p> <p>b) <math>o = 54 \text{ cm}</math>, <math>P = 108 \text{ cm}^2</math></p> <p>Važno: Za izračun površine prvo je izračunata visina (<math>v</math>) pomoću Pitagorina poučka. U prvom slučaju visina je 4 cm, a u drugom 9 cm.</p> <p><b>ZADATAK 2.</b></p> <p>(Visina na osnovicu)</p> <p>a) <math>v = 8 \text{ cm}</math></p> <p>b) <math>v = 20 \text{ cm}</math></p> <p>Važno: U primjeru pod a) prvo je preko opsega izračunata duljina kraka (<math>b = 10 \text{ cm}</math>), a zatim visina. U primjeru pod b) visina je izračunata izravno iz formule za površinu.</p>	
---	--	--

## Jednakostranični trokut

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Razredni odjel: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

1. Izračunaj opseg jednakostraničnog trokuta kojemu je duljina stranice  $a = 15$  cm.

---

2. Izračunaj visinu jednakostraničnog trokuta ako je duljina stranice  $a = 10$  cm. (Uzmi  $\sqrt{3} \approx 1.73$ .)

---

3. Izračunaj površinu jednakostraničnog trokuta čija je stranica  $a = 6$  cm. (Uzmi  $\sqrt{3} \approx 1.73$ .)

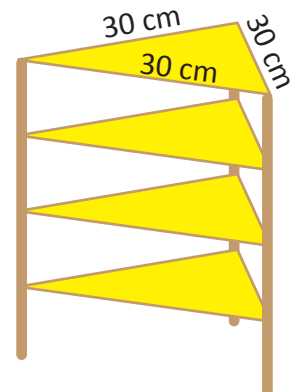
---

4. Prodavačica Marija izrađuje stalak od 4 identična jednakostranična trokuta stranice  $a = 30$  cm. Kolika je ukupna površina materijala (baršunastog kartona) potrebnog za izradu sva 4 trokuta u  $\text{cm}^2$ ?

---



---



5. Baršunasti karton može se nabaviti u formatu A4 (veličina tvog radnog lista: 210 mm  $\times$  297 mm). Odgovara li Mariji ta veličina? Objasni zašto.

Ako Marija kupi veliki arak papira (70 cm  $\times$  100 cm) po cijeni od 4 €, a svoju uslugu želi naplatiti 25 % više od cijene materijala, kolika će biti konačna cijena za kupca?

---



---

Pronađi na internetu ili u katalogu namještaja jedan predmet koji ima oblik šesterokuta (npr. polica, ogledalo ili pločica). Znaš li da se pravilan šesterokut sastoji od 6 jednakostraničnih trokuta? Pokušaj nacrtati kako bi taj šesterokut podijelio na 6 trokuta.

Zadatak	Rješenje	Broj bodova
1.	$o = 45 \text{ cm}$	2
2.	$v = 8.65 \text{ cm}$	2
3.	$P = 15.57 \text{ cm}^2$	2
4.	Ukupna površina materijala je otprilike $1557 \text{ cm}^2$ .	4
5.	Manja veličina (A4) ne odgovara jer je visina trokuta je stranica trokuta veća od obje dimenzije kartona. 25 % od 4 € jest 1 €. Ukupna cijena: 4 € + 1 € = 5 €.	5
Ukupno		15

Bodovni prag	0 – 7 0 % – 49 %	8 – 9 50 % – 63 %	10 – 11 64 % – 76 %	12 – 13 77 % – 89 %	14 – 15 90 % – 100 %
Ocjena	nedovoljan (1)	dovoljan (2)	dobar (3)	vrlo dobar (4)	odličan (5)

Zadatak ISTRAŽI ne donosi bodove nego, u slučaju graničnog broja bodova, poveća ocjenu na gore.

#### RJEŠENJA ZADATAKA IZ UDŽBENIKA

Zato što su najsimetričniji – sve su im stranice i kutovi ( $60^\circ$ ) jednaki. Zbog toga se savršeno uklapaju jedan uz drugoga s bilo koje strane, što omogućuje slaganje mnoštva pravilnih oblika bez praznina (poput mozaika).

Prijedlozi likova:

Od jednakostraničnih: Pravilni šesterokut ili romb.

Od jednakokračnih: Paralelogram (spajanjem dva trokuta preko kraka).

Od pravokutnih: Pravokutnik (spajanjem dva trokuta po najduljoj stranici).

#### ZADATAK 1.

$o = 18 \text{ cm}$  (Opseg)  
 $P = 15.59 \text{ cm}^2$  (Površina)

#### ZADATAK 2.

Žuti dio (3 trokuta):

$o = 50 \text{ cm}$  (opseg ruba koji čine žuti trokuti)

$P = 129.90 \text{ cm}^2$  (točno:  $75\sqrt{3} \text{ cm}^2$ )

Crveni dio (3 trokuta):

$o = 50 \text{ cm}$

$P = 129.90 \text{ cm}^2$

Važno: Budući da se cijeli šesterokut sastoji od ukupno 6 trokuta, a žutih je 3, njihova površina čini točno polovicu površine cijelog šesterokuta ( $259.81 : 2 = 129.90$ ).

1.  $389.71 \text{ cm}^2$  (Površina jednog trokuta)

2.  $1558.85 \text{ cm}^2$  (Ukupna površina sva 4 trokuta)

3.  $0.156 \text{ m}^2$  (Ukupna površina u  $\text{m}^2$ ) -> 1.87 € (Cijena kartona)

4.  $360 \text{ cm}$  -> 3.6 m (Ukupni opseg sva 4 trokuta)

1.80 € (Cijena zlatne niti)

Važno:

Površina jednog trokuta računata je po formuli za jednakostraničan trokut:

$$P = \frac{a^2}{4} \sqrt{3} .$$

Cijena kartona izračunata je množenjem površine u metrima kvadratnim s cijenom od 12.00 €.

Ukupni opseg (3.6 m) dobiven je zbrojem opsega sva 4 trokuta ( $4 \cdot 90 \text{ cm} = 360 \text{ cm}$ ), jer se rubovi svakog trokuta trebaju opšiti.

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Razredni odjel: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

1. Izračunaj opseg i površinu kvadrata stranice  $a = 15$  cm.

\_\_\_\_\_

2. Izračunaj duljinu stranice i površinu kvadratnog okvira ako mu je opseg  $o = 36$  cm.

\_\_\_\_\_

3. Površina kvadratne keramičke pločice iznosi  $P = 64$  cm<sup>2</sup>. Izračunaj opseg te pločice.

\_\_\_\_\_

4. Učenici za školsku priredbu izrađuju kvadratni pano za pozornicu. Stranica panoa ima duljinu 250 cm.  
 a) Koliko je metara ukrasne letvice potrebno da se uokviri cijeli pano?  
 b) Kolika je površina panoa izražena u kvadratnim metrima? (Pomoć:  $1$  m<sup>2</sup> =  $10\,000$  cm<sup>2</sup>.)

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

5. Kupac želi prekriti pod terase površine  $16$  m<sup>2</sup> kvadratnim pločicama. Jedna pločica ima stranicu duljine  $50$  cm.

- a) Kolika je površina jedne pločice u m<sup>2</sup>?  
 b) Koliko je ukupno pločica potrebno za terasu?  
 c) Ako se pločice prodaju u paketima od  $4$  komada, koliko paketa kupac mora kupiti?



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Pronađi u katalogu ili na internetu jedan proizvod koji se prodaje „po kvadratu“ (npr. pločice, laminat, staklo ili tkanina). Zapiši cijenu za  $1$  m<sup>2</sup>. Zatim izračunaj koliko bi stajao komad tog materijala u obliku kvadrata stranice  $2$  metra.

Zadatak	Rješenje	Broj bodova
1.	$o = 60 \text{ cm}; P = 225 \text{ cm}^2$	2
2.	$a = 9 \text{ cm}; P = 81 \text{ cm}^2$	2
3.	$a = 8 \text{ cm}; o = 32 \text{ cm}$	2
4.	a) $1\,000 \text{ cm} = 10 \text{ m}$ ; b) $6.25 \text{ m}^2$	4
5.	a) $0.25 \text{ m}^2$ ; b) 64 komada; c) 16 paketa	5
Ukupno		15

Bodovni prag	0 – 7 0% – 49%	8 – 9 50% – 63%	10 – 11 64% – 76%	12 – 13 77% – 89%	14 – 15 90% – 100%
Ocjena	nedovoljan (1)	dovoljan (2)	dobar (3)	vrlo dobar (4)	odličan (5)

Zadatak ISTRAŽI ne donosi bodove nego, u slučaju graničnog broja bodova, poveća ocjenu na gore.

#### RJEŠENJA ZADATAKA IZ UDŽBENIKA

<p>1. 320 cm (Duljina ukrasne letvice za uokvirivanje)</p> <p>2. 6 400 cm<sup>2</sup> (Površina pulta)</p> <p>3. 0.64 m<sup>2</sup> (Površina izražena u kvadratnim metrima)</p> <p>Važno: Budući da je pult kvadratnog oblika, duljina letvice zapravo je opseg kvadrata (<math>4 \cdot 80 \text{ cm}</math>), a površina je stranica na kvadrat (<math>80 \cdot 80 \text{ cm}^2</math>). Kod pretvaranja u kvadratne metre, rezultat se dijeli s 10 000.</p>	<p><b>ZADATAK 1.</b></p> <p>(Opseg i površina)</p> <p>a) <math>o = 24 \text{ cm}, P = 36 \text{ cm}^2</math></p> <p>b) <math>o = 0.6 \text{ m}</math> (ili 60 cm), <math>P = 0.0225 \text{ m}^2</math> (ili <math>225 \text{ cm}^2</math>)</p>	<p>1. 2.75 m (Duljina stranice terase)</p> <p>2. 7.5625 m<sup>2</sup> (Površina terase)</p> <p>3. 0.25 m<sup>2</sup> (Površina jedne ploče)</p> <p>4. 36 komada (Broj potrebnih ploča)</p> <p>5. 9 paketa (Broj paketa koje treba kupiti)</p> <p>6. 420.00 € (Ukupna cijena materijala i usluge rezanja)</p> <p>7. 135.00 € (Zarada prodavaonice na prodaji materijala)</p> <p>Važno: Za pokrivanje stranice od 2.75 m potrebno je 6 ploča u nizu (5 cijelih i jedna koja se reže), što znači da je za cijelu kvadratnu terasu potrebno <math>6 \cdot 6 = 36</math> komada ploča.</p>
	<p><b>ZADATAK 2.</b></p> <p>(Površina iz opsega)</p> <p>a) <math>a = 15 \text{ cm}, P = 225 \text{ cm}^2</math></p> <p>b) <math>a = 1.25 \text{ m}, P = 1.5625 \text{ m}^2</math></p>	
	<p><b>ZADATAK 3.</b></p> <p>(Opseg iz površine)</p> <p>a) <math>a = 8 \text{ cm}, o = 32 \text{ cm}</math></p> <p>b) <math>a = 7.07 \text{ km}, o = 28.28 \text{ km}</math></p> <p>Važno: Kod zadatka 3. b), budući da broj 50 nema cijeli korijen, stranica je izračunata kao korijen iz 50 (<math>\sqrt{50}</math>), što iznosi približno 7.07 km, pa je opseg četiri puta veći.</p>	

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Razredni odjel: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

1. Izračunaj opseg i površinu pravokutnika ako su mu duljine stranica  $a = 250$  cm i  $b = 150$  cm.

\_\_\_\_\_

2. Izračunaj duljinu dijagonale pravokutnika čije su stranice  $a = 12$  cm i  $b = 5$  cm.

\_\_\_\_\_

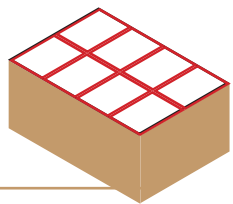
3. Površina pravokutnika iznosi  $P = 12$  m<sup>2</sup>. Ako je duljina jedne stranice  $a = 4$  m, izračunaj opseg.

\_\_\_\_\_

4. Na odjel tehnike stigao je stol dimenzija 200 cm × 120 cm.

a) Koliko centimetara zaštitne vrpce treba prodavaču da bi oblijepio sve rubove stola?

b) Ako jedan televizor zauzima površinu od 3 000 cm<sup>2</sup>, koliko se najviše takvih uređaja može izložiti na tom stolu? (Pomoć: Prvo izračunaj ukupnu površinu stola u cm<sup>2</sup>.)



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

5. Voditelj skladišta želi osvježiti zid površine 18 m<sup>2</sup> na kojem su vrata površine 2 m<sup>2</sup> koja ne treba bojiti.

a) Kolika je stvarna površina zida koju treba obojiti (bez vrata)?

b) Ako jedna kanta boje prekriva 8 m<sup>2</sup>, koliko kanti boje voditelj mora kupiti?

c) Ako jedna kanta boje stoji 12 €, koliki je trošak nabave boje?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



Pronađi u prodavaonici (ili u katalogu) tri uređaja koji imaju ekran u obliku pravokutnika (npr. mobilni telefon, tablet, laptop). Zapiši njihove dijagonale izražene u inčima (") i pokušaj ih pretvoriti u centimetre (1 inč = 2.54 cm).

Zadatak	Rješenje	Broj bodova
1.	$o = 800 \text{ cm}; P = 37\,500 \text{ cm}^2$	2
2.	$d = 13 \text{ cm}$	2
3.	$b = 3 \text{ m}; o = 14 \text{ m}$	2
4.	a) 640 cm; b) 8 uređaja ( $24\,000 : 3\,000 = 8$ )	4
5.	a) 16 m <sup>2</sup> ; b) 2 kante; c) 24 €	5
Ukupno		15

Bodovni prag	0 – 7 0 % – 49 %	8 – 9 50 % – 63 %	10 – 11 64 % – 76 %	12 – 13 77 % – 89 %	14 – 15 90 % – 100 %
Ocjena	nedovoljan (1)	dovoljan (2)	dobar (3)	vrlo dobar (4)	odličan (5)

Zadatak ISTRAŽI ne donosi bodove nego, u slučaju graničnog broja bodova, poveća ocjenu na gore.

#### RJEŠENJA ZADATAKA IZ UDŽBENIKA

<p>1. 640 cm 2. 24 000 cm<sup>2</sup> 3. 9 televizora</p> <p>Napomena: Kod trećeg zadatka matematički rezultat je 9.6, što u praksi prodavaonice znači da se na stol može postaviti najviše 9 cijelih uređaja.</p>	<p><b>ZADATAK 1.</b></p> <p>a) <math>o = 28 \text{ m}, P = 40 \text{ m}^2</math> b) <math>o = 15.4 \text{ dm}, P = 14.4 \text{ dm}^2</math></p> <p><b>ZADATAK 2.</b></p> <p>a) <math>d = 19.21 \text{ mm}</math> b) <math>d = 13 \text{ dm}</math></p> <p>Napomena: U zadatku 2. b) nužno je mjerne jedinice najprije svesti na istu mjeru (<math>0.5 \text{ m} = 5 \text{ dm}</math>).</p>	<p>1. 18 m<sup>2</sup> 2. 3 m<sup>2</sup> (vrata 1.8 m<sup>2</sup> + prozor 1.2 m<sup>2</sup>) 3. 15 m<sup>2</sup> 4. 1 kanta 5. 9.3 m</p> <p>Važne napomene:</p> <p>Kod 2. zadatka, dimenzije u centimetrima (<math>90 \times 200</math> i <math>120 \times 100</math>) potrebno je pretvoriti u metre (<math>0.9 \times 2</math> i <math>1.2 \times 1</math>) prije množenja kako bi se dobili kvadratni metri.</p> <p>Kod 4. zadatka, stvarna površina za bojanje (15 m<sup>2</sup>) točno odgovara površini koju pokriva jedna kanta, pa je jedna kanta dovoljna.</p> <p>Kod 5. zadatka, za vrata se zbrajaju samo tri strane (<math>200 + 90 + 200 = 490 \text{ cm}</math>), dok se za prozor zbrajaju sve četiri (<math>120 + 100 + 120 + 100 = 440 \text{ cm}</math>). Ukupno je to 930 cm, odnosno 9.3 metra vrpce.</p>
--	---	---

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Razredni odjel: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

1. Izračunaj opseg paralelograma kojemu su duljine stranica  $a = 12$  cm i  $b = 8$  cm.

\_\_\_\_\_

2. Izračunaj površinu paralelograma ako je duljina stranice  $a = 40$  cm, a visina na tu stranicu  $v_a = 30$  cm.

\_\_\_\_\_

3. Stranice su paralelograma  $a = 24$  cm,  $b = 10$  cm. Ako je  $v_a = 5$  cm, izračunaj  $v_b$ .

\_\_\_\_\_

4. Treba postaviti promotivni štand koji mora biti u obliku paralelograma.

Duljina prednje strane štanda iznosi 4 metra, a visina na nju iznosi 2.5 metra.

Cijena zakupa: 15 € po kvadratnom metru ( $m^2$ ).

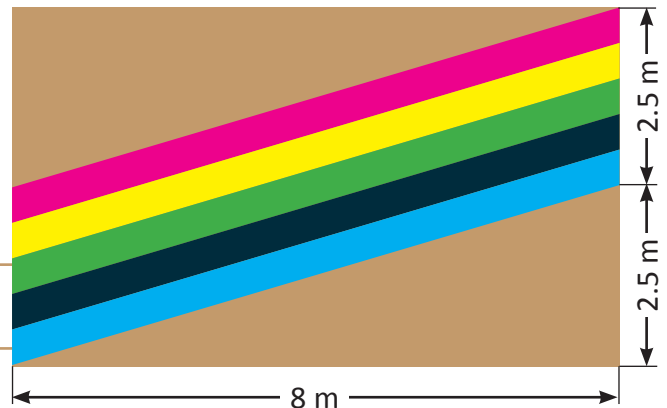
a) Koliko će ukupno stajati zakup prostora za taj štand?

b) Ako se kut nagiba paralelograma promijeni, a osnovica i visina ostanu iste, hoće li se cijena zakupa promijeniti? Objasni zašto.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

5. Na pravokutni pod prodavaonice treba staviti tepih kao na slici. Kolika će površina poda ostati nepokrivena? Koliko je to posto?



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Pronađi u katalogu ili na internetu primjer logotipa oblika paralelograma (npr. nagnuta slova). Skiciraj ga i razmisli zašto je dizajner odabrao taj oblik umjesto običnog pravokutnika – što taj oblik sugerira (brzinu, pokret, modernost)?

Zadatak	Rješenje	Broj bodova
1.	$a = 40 \text{ cm}$	2
2.	$P = 1\,200 \text{ cm}^2$	2
3.	$P = 120 \text{ cm}^2$ ; $v_b = P : b = 12 \text{ cm}$	2
4.	a) $P = 10 \text{ m}^2$ ; b) Cijena zakupa: $10 \text{ m}^2 \cdot 15 \text{ €/m}^2 = 150 \text{ €}$	4
5.	Površina poda: $P_1 = 8 \text{ m} \cdot 5 \text{ m} = 40 \text{ m}^2$ Površina tepiha: $P_2 = 8 \text{ m} \cdot 2.5 \text{ m} = 20 \text{ m}^2$ Nepokrivena površina: $P_3 = P_1 - P_2 = 20 \text{ m}^2$ Postotak: $\frac{20}{40} \cdot 100 \% = 50 \%$	5
Ukupno		15

Bodovni prag	0 – 7 0 % – 49 %	8 – 9 50 % – 63 %	10 – 11 64 % – 76 %	12 – 13 77 % – 89 %	14 – 15 90 % – 100 %
Ocjena	nedovoljan (1)	dovoljan (2)	dobar (3)	vrlo dobar (4)	odličan (5)

Zadatak ISTRAŽI ne donosi bodove nego, u slučaju graničnog broja bodova, poveća ocjenu na gore.

#### RJEŠENJA ZADATAKA IZ UDŽBENIKA

<p>Bočna ploha stalka (plava ploha) ima oblik paralelograma. Površina paralelograma računa se kao umnožak osnovice i pripadajuće visine.</p> <p>Zadani podatci:</p> <p><math>a = 40 \text{ cm}</math></p> <p><math>v = 120 \text{ cm}</math></p> <p>Napomena: Dulja kosa stranica od 130 cm navedena je u zadatku kako bi se provjerilo razlikuju li učenici visinu od bočnog brida. Za izračun površine ona nije potrebna.</p> <p>Postupak izračuna:</p> <p><math>P = a \cdot v = 40 \text{ cm} \cdot 120 \text{ cm}</math></p> <p><math>P = 4\,800 \text{ cm}^2</math></p> <p>Odgovor:</p> <p>Površina jedne plave plohe koju treba prekriti naljepnicom iznosi <math>4\,800 \text{ cm}^2</math> (odnosno <math>0.48 \text{ m}^2</math>).</p>	<p><b>ZADATAK 1.</b></p> <p>U ovom zadatku važno je prvo svesti duljine stranica na istu mjernu jedinicu (<math>1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}</math>).</p> <p>a) Stranice: 33 cm i 4 dm = 40 cm</p> <p><math>o = 2 \cdot (33 + 40) = 146 \text{ cm}</math></p> <p>b) Stranice: 3 dm = 30 cm i 4 cm</p> <p><math>o = 2 \cdot (30 + 4) = 68 \text{ cm}</math></p>	<p>1. Koliko je materijala potrebno za obje bočne (plave) plohe? Površina jedne bočne plohe (paralelograma):</p> <p><math>P = a \cdot v = 40 \text{ cm} \cdot 120 \text{ cm} = 4\,800 \text{ cm}^2</math></p> <p>Za dvije plohe: <math>2 \cdot 4\,800 \text{ cm}^2 = 9\,600 \text{ cm}^2</math></p> <p>2. Koliko je materijala potrebno za tri (smeđe) police? Površina jedne police (pravokutnika):</p> <p><math>P = a \cdot b = 40 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm} = 1\,200 \text{ cm}^2</math></p> <p>Za tri police: <math>3 \cdot 1\,200 \text{ cm}^2 = 3\,600 \text{ cm}^2</math></p> <p>3. Treba izračunati ukupnu površinu u kvadratnim metrima. <math>9\,600 \text{ cm}^2 + 3\,600 \text{ cm}^2 = 13\,200 \text{ cm}^2 = 1.32 \text{ m}^2</math></p> <p>Ukupni trošak: <math>1.32 \text{ m}^2 \cdot 15.00 \text{ €/m}^2 = 19.80 \text{ €}</math></p> <p>4. Potrebno je izračunati opseg obje bočne plohe. Opseg jednog paralelograma: <math>o = 2 \cdot (a + b) = 340 \text{ cm}</math></p> <p>Za dvije plohe: <math>2 \cdot 340 \text{ cm} = 680 \text{ cm}</math></p> <p>Pretvorba u metre: 6.8 m</p>
<p><b>ZADATAK 2.</b></p> <p>Zadano: <math>o = 10 \text{ cm}</math>, <math>a = 2.4 \text{ cm}</math></p> <p>Formula za opseg: <math>o = 2 \cdot (a + b)</math></p> <p>Uvrštavanje: <math>10 = 2 \cdot (2.4 + b)</math></p> <p>Izračun: <math>b = 2.6 \text{ cm}</math></p>	<p><b>ZADATAK 3.</b></p> <p>Površina paralelograma računa se po formuli: <math>P = a \cdot v_a</math></p> <p>a) Zadano: <math>a = 30 \text{ cm}</math>, <math>v_a = 12 \text{ cm}</math></p> <p><math>P = 360 \text{ cm}^2</math></p> <p>b) Zadano: <math>a = 1.3 \text{ cm}</math>, <math>v_a = 1.2 \text{ cm}</math></p> <p><math>P = 1.56 \text{ cm}^2</math></p>	

## Romb – nakrivljeni kvadrat

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Razredni odjel: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

1. Izračunaj opseg romba ako je duljina njegove stranice  $a = 12.5$  cm.

\_\_\_\_\_

2. Izračunaj površinu romba ako je duljina stranice  $a = 15$  cm, a visina na tu stranicu  $v = 10$  cm.

\_\_\_\_\_

3. Izračunaj površinu romba ako su duljine dijagonala  $e = 20$  cm i  $f = 30$  cm.

\_\_\_\_\_

4. Poslovođa Zdenko odlučio je u svoj ured (4 m x 3 m) staviti crvene i žute pločice oblika romba s dijagonalama od 80 cm i 60 cm.

- a) Koliko ukupno pločica treba kupiti ako je omjer boja pola-pola? Koliko crvenih, a koliko žutih?
- b) Zdenku je majstor objasnio da će svih 25 crvenih pločica ostati cijele. Od žutih pločica, njih 16 će ostati cijele, 8 će morati prepoloviti kako bi ih stavio uza zid, a jednu će razrezati na četvrtine. Koliko će žutih dijelova (polovina i četvrtina) majstor ukupno imati za kutove i rubove?



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

5. Pod butika bit će popločen ukrašnim pločicama u obliku romba s dijagonalama  $e = 30$  cm,  $f = 40$  cm. Površina prostorije iznosi  $48 \text{ m}^2$ . Pločice se prodaju u paketima od 20 komada.

- a) Izračunaj površinu jedne pločice u kvadratnim metrima.
- b) Koliko je takvih pločica potrebno da se prekrije cijeli pod?
- c) Koliko najmanje paketa pločica prodavač mora naručiti za ovaj projekt?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Zadatak	Rješenje	Broj bodova
1.	$o = 50 \text{ cm}$	2
2.	$P = 150 \text{ cm}^2$	2
3.	$P = 300 \text{ cm}^2$	2
4.	Površina ureda: $P_1 = 4 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} = 12 \text{ m}^2$ Površina jedne pločice: $P_2 = 0.8 \text{ m} \cdot 0.6 \text{ m} : 2 = 0.24 \text{ m}^2$ a) Ukupan broj pločica: $P_1 : P_2 = 12 / 0.24 = 50$ , tj. 25 crvenih i 25 žutih b) Od 8 pločica prerezanih na pola dobiva se 16 polovina za rubove zidova. Od 1 pločice prerezane na četvrtine dobivaju se 4 četvrtine za 4 kuta prostorije.	4
5.	a) Površina jedne pločice: $P = 0.3 \text{ m} \cdot 0.4 \text{ m} : 2 = 0.06 \text{ m}^2$ b) Broj potrebnih pločica: $48 \text{ m}^2 : 0.06 \text{ m}^2 = 800$ komada c) Broj paketa: $800 : 20 = 40$ paketa	5
Ukupno		15

Bodovni prag	0 – 7 0 % – 49 %	8 – 9 50 % – 63 %	10 – 11 64 % – 76 %	12 – 13 77 % – 89 %	14 – 15 90 % – 100 %
Ocjena	nedovoljan (1)	dovoljan (2)	dobar (3)	vrlo dobar (4)	odličan (5)

Zadatak ISTRAŽI ne donosi bodove nego, u slučaju graničnog broja bodova, poveća ocjenu na gore.

#### RJEŠENJA ZADATAKA IZ UDŽBENIKA

<p>Stranica romba: <math>a = 6 \text{ cm}</math>.</p> <p>Opseg romba: <math>o = 4 \cdot a = 24 \text{ cm}</math></p> <p>Jedan unutarnji kut romba iznosi <math>60^\circ</math>.</p> <p>Kut njemu nasuprot također iznosi <math>60^\circ</math>.</p> <p>Svojstvo: Dijagonale romba su međusobno okomite.</p> <p>Prilikom crtanja romba iz ovog zadatka, učenici će primijetiti da zbog kuta od <math>60^\circ</math> kraća dijagonala i stranice romba zapravo formiraju dva jednakostranična trokuta.</p>	<p><b>ZADATAK 1.</b></p> <p>a) <math>o = 4 \cdot a = 4 \cdot 7 \text{ cm} = 28 \text{ cm}</math>  <math>P = a \cdot v = 7 \cdot 4 = 28 \text{ cm}^2</math></p> <p>b) <math>a = 0.06 \text{ m} = 6 \text{ cm}</math>, <math>v = 4 \text{ cm}</math>  <math>o = 4 \cdot a = 4 \cdot 6 \text{ cm} = 24 \text{ cm}</math>  <math>P = a \cdot v = 6 \cdot 4 = 24 \text{ cm}^2</math></p>	<p><math>e = 160 \text{ cm}</math>, <math>f = 120 \text{ cm}</math></p> <p>1. <math>a = \sqrt{\left(\frac{e}{2}\right)^2 + \left(\frac{f}{2}\right)^2} = 100 \text{ cm}</math>  <math>a = 1 \text{ m}</math></p> <p>2. <math>o = 4 \cdot a = 4 \text{ m}</math>            Potrebno je 4 metra LED vrpce.</p> <p>3. <math>P = e \cdot f : 2 = 0.96 \text{ m}^2</math></p> <p>4. Troškovnik materijala za jednu dekoraciju            LED vrpca: <math>4 \text{ m} \cdot 15.00 \text{ €/m} = 60.00 \text{ €}</math>            Baršun: <math>0.96 \text{ m}^2 \cdot 40.00 \text{ €/m}^2 = 38.40 \text{ €}</math>            Ukupno: <math>60.00 \text{ €} + 38.40 \text{ €} = 98.40 \text{ €}</math></p>
---	---	---

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Razredni odjel: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

1. Izračunaj duljinu srednjice trapeza ako su duljine njegovih osnovica  $a = 14$  cm i  $c = 8$  cm.

\_\_\_\_\_

2. Izračunaj opseg jednakokrakog trapeza ako je  $a = 20$  cm,  $c = 10$  cm, a svaki od krakova  $b = 8$  cm.

\_\_\_\_\_

3. Izračunaj površinu trapeza čije su osnovice  $a = 12$  cm i  $c = 8$  cm, a visina  $v = 6$  cm.

\_\_\_\_\_

4. Samostojeći znak „Oprez – sklizak pod“ ima prednju stranu u obliku jednakokrakog trapeza. Osnovice su mu duljine  $a = 35$  cm i  $c = 25$  cm, a krakovi su duljine  $b = 60$  cm.

a) Izračunaj opseg prednje strane tog znaka.

b) Ako je visina znaka  $v = 55$  cm, kolika je njegova površina?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



5. Zid tavske prostorije ima oblik i veličinu kao na slici.

a) Koliko kvadratnih metara tapeta treba nabaviti da se prekriju 2 takva zid?

b) Većina tapeta dolazi u „euro-rolama“ širine 53 cm i duljine 10.05 metara.

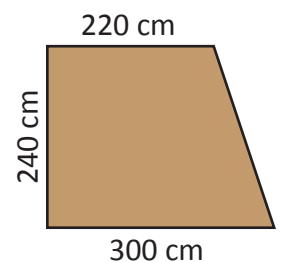
Ovakva rola prekriva približno  $5.6$  m<sup>2</sup> zida. Koliko rola treba nabaviti?

c) Cijena jedne „euro-role“ kreće se od 10 – 40 €. Koja je prosječna cijena?

Koliko treba izdvojiti za naše tapete po prosječnoj cijeni?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



Pronađi u prodavaonici ili na internetu stalak za odjeću čije bočne strane (nogare) izgledaju kao veliko slovo A. Izmjeri (ili procijeni) donju i gornju širinu. Što misliš, zašto se upotrebljava oblik trapeza (širi pri dnu) umjesto pravokutnika?

Zadatak	Rješenje	Broj bodova
1.	$s = 11 \text{ cm}$	2
2.	$o = 46 \text{ cm}$	2
3.	$P = 60 \text{ cm}^2$	2
4.	a) $o = 180 \text{ cm}$ ; b) $P = 1\,650 \text{ cm}^2$	4
5.	a) Površina jednog zida: $62\,400 \text{ cm}^2 = 6.24 \text{ m}^2$ ; Površina oba zida: $12.48 \text{ m}^2$ b) Jedna rola prekriva $0.53 \text{ m} \cdot 10.05 \text{ m} \approx 5.3 \text{ m}^2$ $12.48 \text{ m}^2 : 5.3 \text{ m}^2 \approx 2.35$ . Potrebno je nabaviti 3 role tapeta. c) Prosječna cijena: $(10 + 40) : 2 = 25 \text{ €}$ . Za 3 role treba izdvojiti $3 \cdot 25 \text{ €} = 75 \text{ €}$ .	5
Ukupno		15

Bodovni prag	0 – 7 0 % – 49 %	8 – 9 50 % – 63 %	10 – 11 64 % – 76 %	12 – 13 77 % – 89 %	14 – 15 90 % – 100 %
Ocjena	nedovoljan (1)	dovoljan (2)	dobar (3)	vrlo dobar (4)	odličan (5)

Zadatak ISTRAŽI ne donosi bodove nego, u slučaju graničnog broja bodova, poveća ocjenu na gore.

#### RJEŠENJA ZADATAKA IZ UDŽBENIKA

<p>Transformacija trapeza u pravokutnik jednake površine</p> <p>Ključni zaključci:</p> <p>Širina novog pravokutnika jednaka je duljini srednjice trapeza (oznaka: <math>s</math>).</p> <p>Visina novog pravokutnika jednaka je visini početnog trapeza (oznaka: <math>v</math>).</p> <p>Formula za površinu</p> <p>Površina trapeza izračunava se kao površina novonastalog pravokutnika: <math>P = s \cdot v</math>, gdje je <math>s</math> srednja vrijednost, odnosno prosjek duljina donje i gornje stranice štanda.</p>	<p><b>ZADATAK 1.</b></p> <p>a) <math>P = s \cdot v = 40 \text{ m}^2</math></p> <p>b) <math>P = \frac{a+c}{2} \cdot v = 20 \text{ cm}^2</math></p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>Izračun širine „idealnog“ pravokutnika (srednjica <math>s</math>) <math>s = (a + c) : 2 = 360 \text{ cm}</math></li> <li>Izračun ukupnu površinu kutka <math>P = s \cdot v = 57\,600 \text{ cm}^2 = 5.76 \text{ m}^2</math></li> <li>Može li u taj prostor stati 6 euro-paleta? Ukupna površina 6 paleta: <math>6 \cdot 0.96 \text{ m}^2 = 5.76 \text{ m}^2</math>. Matematički odgovor: Da, jer je površina 6 paleta točno jednaka površini prostora.</li> <li>Pazi! Mogu li palete FIZIČKI stati u taj prostor? Ne, 6 paleta fizički ne može stati jer su palete su kruti pravokutnici, a prostor je trapezoidan (stranice su „ukoso“). Da bismo složili 6 paleta u dva reda (svaki red po 80 cm dubine, ukupno 160 cm), u prvom redu (uz zid a) morale bi stati 4 palete (<math>4 \cdot 120 \text{ cm} = 480 \text{ cm}</math>). Međutim, kako se prostor sužava prema sredini (gdje je širina samo 360 cm), te 4 palete ne mogu stati jer bi udarile u bočne zidove koji se sužavaju. Uz kraću osnovicu (<math>c</math>) staju samo 2 palete (<math>2 \cdot 120 \text{ cm} = 240 \text{ cm}</math>).</li> </ol>
--	---	--

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Razredni odjel: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

1. Izračunaj opseg i površinu kruga čiji je polumjer  $r = 10$  cm. (Uzmi da je  $\pi = 3.14$ ).

\_\_\_\_\_

2. Promjer kruga iznosi 60 cm. Izračunaj koliki mu je opseg.

\_\_\_\_\_

3. Ako je opseg kruga 31.4 cm, izračunaj kolika je površina kruga.

\_\_\_\_\_

4. U staklarskoj radionici kupac je naručio okruglu staklenu policu promjera 60 cm. Cijena je stakla 40.00 €/m<sup>2</sup>, a brušenje ruba naplaćuje se 5.00 €/m.

a) Kolika je površina police u kvadratnim metrima? ( $r = 30$  cm = 0.3 m)

b) Koliki je opseg police u metrima?

c) Koliko iznosi ukupni račun za policu (staklo + brušenje ruba)?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

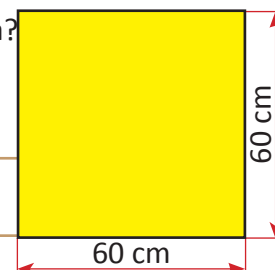
5. Prodavač u cvjećarnici izrađuje okrugle podložke za aranžmane promjera 20 cm. Podložke izrezuje iz spužve kvadratnog oblika stranice  $a = 60$  cm.

a) Koliko najviše takvih podložaka prodavač može izrezati iz jedne ploče spužve? (Nacrtaj skicu.)

b) Kolika je ukupna površina svih izrezanih podložaka?

c) Kolika je površina neiskorištenog materijala (otpada) koji ostane nakon rezanja?

d) Izrazi postotak otpada u odnosu na ukupnu površinu kvadratne ploče.



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Pronađi u prodavaonici tri proizvoda koji imaju kružni oblik (npr. konzerva, sat, ogledalo). Izmjeri njihov promjer) i pomoću njega izračunaj koliki bi im bio opseg. Provjeri mjerenjem (krojačkim metrom ili uzicom) koliko si bio precizan u izračunu.

Zadatak	Rješenje	Broj bodova
1.	$o \approx 62.8 \text{ cm}; P \approx 314 \text{ cm}^2$	2
2.	$r = 30 \text{ cm}; o \approx 188.4 \text{ cm}$	2
3.	$r = 5 \text{ cm}; P \approx 78.5 \text{ cm}^2$	2
4.	a) $P \approx 0.2826 \text{ m}^2$ ; b) $o \approx 1.884 \text{ m}$ ; c) $11.30 \text{ €}$ staklo + $9.42 \text{ €}$ brušenje = $20.72 \text{ €}$	4
5.	a) 9 komada (3x3 raspored); b) $P = 2\,826 \text{ cm}^2$ ; c) otpad = $774 \text{ cm}^2$ ; d) postotak otpada = $21.5 \%$	5
Ukupno		15

Bodovni prag	0 – 7 0% – 49%	8 – 9 50% – 63%	10 – 11 64% – 76%	12 – 13 77% – 89%	14 – 15 90% – 100%
Ocjena	nedovoljan (1)	dovoljan (2)	dobar (3)	vrlo dobar (4)	odličan (5)

Zadatak ISTRAŽI ne donosi bodove nego, u slučaju graničnog broja bodova, poveća ocjenu na gore.

#### RJEŠENJA ZADATAKA IZ UDŽBENIKA

<p>Širina: 2 m Udaljenost iz središta: 1 m Vrpca: <math>\approx 6,3 \text{ m}</math> (znatno dulja od širine) Cijena: Puno više od dvostruko skuplji (četiri puta skuplji) jer površina raste s kvadratom polumjera.</p>	<p><b>ZADATAK 1.</b></p> <p>a) <math>o \approx 18.84 \text{ cm}; P \approx 28.26 \text{ cm}^2</math>  b) <math>o \approx 14.44 \text{ mm}; P \approx 16.61 \text{ mm}^2</math>  c) <math>r = 50 \text{ m}</math>  <math>o \approx 314 \text{ m}; P \approx 7\,850 \text{ m}^2</math></p>	<p>1. Ukupna površina poda Površina pravokutnika: <math>P_1 = 6 \cdot 4 = 24 \text{ m}^2</math> Površina polukruga (<math>r = 4 : 2 = 2 \text{ m}</math>): <math>P_2 = r^2 \pi : 2 \approx 6.28 \text{ m}^2</math> Ukupna površina: <math>P = 24 + 6.28 = 30.28 \text{ m}^2</math></p> <p>2. Ukupni račun za laminat cijena = <math>30.28 \text{ m}^2 \cdot 25.00 \text{ €/m}^2 = 757.00 \text{ €}</math></p> <p>3. Duljina ukrasne lajsne (Opseg lika) Tri stranice pravokutnika: <math>6 + 4 + 6 = 16 \text{ m}</math> Polukrug: <math>2r \pi : 2 = 6.28 \text{ m}</math> Ukupna duljina lajsne: <math>16 + 6.28 = 22.28 \text{ m}</math></p> <p>4. Maksimalni broj kupaca broj osoba = ukupna površina : <math>1.5 \text{ m}^2</math> Broj osoba = <math>30.28 : 1.5 = 20.18\dots</math> Maksimalno smije boraviti 20 kupaca istovremeno.</p>
	<p><b>ZADATAK 2.</b></p> <p>a) <math>r = 5 \text{ cm}, o = 10 \pi \text{ cm}</math>  b) <math>r = 2 \text{ mm}, o = 4 \pi \text{ mm}</math>  c) <math>r = 10 \text{ m}, o = 20 \pi \text{ m}</math></p>	
	<p><b>ZADATAK 3.</b></p> <p>1. <math>2r = 80 \text{ cm}; o \approx 251.2 \text{ cm}</math>  2. <math>r = 50 \text{ cm}; P = 7\,850 \text{ cm}^2</math>  3. <math>r = 60 \text{ cm}; o \approx 376.8 \text{ cm}</math>  Četvrtina ruba: <math>376.8 : 4 = 94.2 \text{ cm}</math>  4. <math>o = 62.8 \text{ cm}; 2r = 20 \text{ cm}</math>  Najmanja duljina stranice kvadratne kutije mora biti 20 cm.</p>	

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Razredni odjel: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

1. Izračunaj duljinu kružnog luka ako je polumjer kružnice  $r = 10$  cm, a središnji kut  $\alpha = 90^\circ$ . (Uzmi da je  $\pi = 3.14$ ).

---

2. Izračunaj površinu kružnog isječka čiji je polumjer  $r = 12$  cm, a središnji kut  $\alpha = 60^\circ$ .

---

3. Izračunaj opseg kružnog isječka (pizza isječak) ako je polumjer  $r = 8$  cm, a duljina luka  $l = 12.56$  cm.

---

4. U prodavaonici postavljate kutnu policu koja ima oblik četvrtine kruga ( $\alpha = 90^\circ$ ), a svaka stranica uza zid dugačka je 60 cm.



- a) Koliko centimetara ukrasne zlatne vrpce trebate za prednji, zakrivljeni rub police?  
b) Kolika je površina te police na koju možete slagati robu (u  $\text{cm}^2$ )?

---

5. Iznad vratiju prodavaonice (visine 2.8 m, širine 2 m) nalazi se luk ( $2r = 2$  m,  $\alpha = 180^\circ$ ).

- a) Kolika metara božićne girlande mora poslovođa naručiti ako želi da ulaz u prodavaonicu bude kao na slici?  
b) Ako 1 m gotove girlande stoji 15.00 €, koliki je trošak ove dekoracije?




---

Zadatak	Rješenje	Broj bodova
1.	$l = 15.7 \text{ cm}$	2
2.	$P = 75.36 \text{ cm}^2$	2
3.	$o = l + 2r = 28.56 \text{ cm}$	2
4.	a) $l = 94.2 \text{ cm}$ ; b) $P = 2826 \text{ cm}^2$	4
5.	a) $l = 3.14 \text{ m}$ duljina girlande = $2 \cdot 2.8 + 3.14 = 8.74 \text{ m}$ ; b) 131.10 €	5
Ukupno		15

Bodovni prag	0 – 7 0 % – 49 %	8 – 9 50 % – 63 %	10 – 11 64 % – 76 %	12 – 13 77 % – 89 %	14 – 15 90 % – 100 %
Ocjena	nedovoljan (1)	dovoljan (2)	dobar (3)	vrlo dobar (4)	odličan (5)

Zadatak ISTRAŽI ne donosi bodove nego, u slučaju graničnog broja bodova, poveća ocjenu na gore.

#### RJEŠENJA ZADATAKA IZ UDŽBENIKA

<p>1. <math>r = 60 \text{ cm}</math>. Zakrivljeni rub je četvrtina opsega kruga.</p> <p>duljina vrpce = <math>2r \pi : 4 \approx 94.2 \text{ cm}</math></p> <p>2. <math>P = r^2 \pi : 4 = 2826 \text{ cm}^2</math></p> <p>3. broj torbica = <math>2826 / 400 = 7.065</math></p> <p>Procjena: Na policu stane 7 torbica.</p> <p>4. Zaobljeni rubovi eliminiraju oštre kutove koji strše u prostor. Time se smanjuje opasnost od udaraca i ozljeda kupaca ili zaposlenika u prolazu, a policu djeluje vizualno mekše i elegantnije.</p>	<p><b>ZADATAK 1.</b></p> <p><math>l = 6.28 \text{ cm}</math></p> <p><math>P = 18.84 \text{ cm}^2</math></p> <p>Opseg kružnog isječka (o):</p> <p><math>o = 18.28 \text{ cm}</math></p> <p><b>ZADATAK 2.</b></p> <p>1. <math>2r = 200 \text{ cm}</math></p> <p>duljina = <math>2r \pi : 2 \approx 314 \text{ cm}</math></p> <p>2. a) <math>P \approx 10\,048 \text{ cm}^2</math></p> <p>b) Rub se sastoji od zakrivljenog dijela (<math>2r \pi : 2 \approx 251 \text{ cm}</math>) i ravnog dijela (<math>2 \cdot r = 160 \text{ cm}</math>), ukupno <math>411.2 \text{ cm}</math>.</p> <p>3. <math>P_{\text{torta}} = 1\,256 \text{ cm}^2</math></p> <p><math>P_{\text{kriške}} = 1\,256 : 8 = 157 \text{ cm}^2</math></p> <p><math>P_{\text{tanjurića}} = 235.5 \text{ cm}^2</math></p> <p>postotak = <math>\frac{P_{\text{kriške}}}{P_{\text{tanjurića}}} \cdot 100 \% \approx 66.67 \%</math></p>	<p>1. <math>P \approx 4.71 \text{ m}^2</math></p> <p>2. Cijena = <math>4.71 \cdot 50.00 \text{ €} = 235.50 \text{ €}</math></p> <p>3. <math>l = 3.14 \text{ m}</math></p> <p>ukupno = <math>2r + l = 3 + 3 + 3.14 = 9.14 \text{ m}</math> LED vrpce</p> <p>4. <math>l = 314 \text{ cm}</math>, <math>2r = 40 \text{ cm}</math></p> <p>broj taburea = <math>314 : 40 = 7.85</math></p> <p>Maksimalno može stati 7 taburea.</p>
---	---	---

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Razredni odjel: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

1. Izračunaj opseg i površinu kružnog vijenca ako je polumjer većeg kruga  $R = 10$  cm, a polumjer manjeg kruga  $r = 6$  cm. (Uzmi da je  $\pi = 3.14$ ).

---

2. Ako je opseg kružnog vijenca 31.4 m, a polumjer unutrašnjeg kruga  $r = 30$  cm, koliki je polumjer vanjskog kruga  $R$ ?

---

3. Površina kružnog vijenca iznosi  $25\pi$  cm<sup>2</sup>. Ako veći krug ima polumjer 13 cm, koliki je polumjer manjeg kruga?

---

4. U sredini prodavaonice nalazi se stup polumjera  $r = 1$  m. Oko njega se planira zona za sjedenje širine 1.5 m.

- a) Koliki je polumjer vanjskog ruba te zone  $R$ ?
- b) Oko vanjskog ruba zone postavlja se niska ukrasna ograda. Koliko metara ograde treba naručiti?



5. Voditelj prodavaonice iz prethodnog zadatka želi zonu za sjedenje obložiti protukliznom gumom.

- a) Kolika je površina kružnog vijenca namijenjenog za sjedenje?
- b) Ako 1 m<sup>2</sup> gume stoji 30.00 €, koliki je trošak materijala za cijelu zonu?
- c) Za lijepljenje gume troši se 0.5 kg ljepila po 1 m<sup>2</sup>. Ako se ljepilo prodaje u kantama od 5 kg, koliko kanti ljepila voditelj mora kupiti za cijelu zonu?

---



---

Pronađi u prodavaonici (ili u svom domu) predmet koji ima oblik kružnog vijenca (npr. okvir zidnog sata, rub tanjura, selotejp ili okrugli okvir za slike). Izmjeri širinu tog „prstena“ i pokušaj izračunati kolika mu je površina. Što misliš, zašto se taj dio često izrađuje u drugoj boji ili od drugog materijala?

Zadatak	Rješenje	Broj bodova
1.	$o = 100.48 \text{ cm}; P = 200.96 \text{ cm}^2$	2
2.	$R = 4.7 \text{ m}$	2
3.	$r = 12 \text{ m}$	2
4.	a) $R = 2.5 \text{ m}$ ; b) $o = 15.7 \text{ m}^2$	4
5.	a) $P = 16.485 \text{ m}^2$ ; b) $494.55 \text{ €}$ ; c) Potrebno je $16.485 \cdot 0.5 \text{ kg} = 8.2425 \text{ kg}$ ljepila, tj. 2 kante.	5
Ukupno		15

Bodovni prag	0 – 7 0 % – 49 %	8 – 9 50 % – 63 %	10 – 11 64 % – 76 %	12 – 13 77 % – 89 %	14 – 15 90 % – 100 %
Ocjena	nedovoljan (1)	dovoljan (2)	dobar (3)	vrlo dobar (4)	odličan (5)

Zadatak ISTRAŽI ne donosi bodove nego, u slučaju graničnog broja bodova, poveća ocjenu na gore.

#### RJEŠENJA ZADATAKA IZ UDŽBENIKA

<p>Koliki je polumjer većeg, vanjskog kruga?</p> <p><math>r_1</math> (manji krug) = 50 cm širina staze = 20 cm <math>r_2</math> (veći krug) = <math>r_1 +</math> širina staze <math>r_2 = 50 + 20 = 70 \text{ cm}</math> Trebaju li površine zbrajati ili oduzimati? Da bi se dobio crveni prsten (površina između dva kruga), od površine većeg kruga treba oduzeti površinu manjeg kruga.</p>	<p><b>ZADATAK 1.</b></p> <p><math>o = 94.2 \text{ cm}; P = 235.5 \text{ cm}^2</math></p> <p><b>ZADATAK 2.</b></p> <p>1. <math>r</math> (ogledalo) = 30 cm širina okvira = 10 cm <math>R</math> (vanjski rub) = <math>30 + 10 = 40 \text{ cm}</math> 2. <math>P = 392.5 \text{ cm}^2</math> 3. <math>P = 9.42 \text{ m}^2</math> 4. <math>P = 392.5 \text{ cm}^2</math> 5. <math>P = 2\,826 \text{ cm}^2</math> snaga = <math>2\,826 \cdot 0.5 = 1\,413 \text{ W}</math> 6. Drugi vijenac izgleda „tanje” jer mu je razlika polumjera (širina prstena) manja.</p>	<p>1. <math>r_1 = 1 \text{ m}; r_2 = 1 + 1.5 = 2.5 \text{ m}</math> 2. <math>P = 16.485 \text{ m}^2</math> 3. cijena = <math>16.485 \cdot 30 = 494.55 \text{ €}</math> 4. <math>o = 15.7 \text{ m}</math> 5. <math>o = 15.7 \text{ m} = 1\,570 \text{ cm}</math> broj kupaca = <math>1\,570 : 80 = 19.625</math> Maksimalno 19 kupaca.</p>
---	--	--

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Razredni odjel: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

1. Dužine  $a$  i  $b$  su u omjeru  $3 : 4$ . Ako je duljina prve dužine  $a = 15$  cm, izračunaj duljinu druge dužine  $b$ .

---

2. Zadan je omjer dužina  $2 : 5$ . Ako je faktor razmjernosti  $k = 6$  cm, kolike su stvarne duljine tih dužina?

---

3. Provjeri jesu li dužine  $a = 4$  cm i  $b = 6$  cm razmjerne dužinama  $c = 12$  cm i  $d = 18$  cm. (Pomoć: Provjeri jesu li im omjeri jednaki).

---

4. Dizajner je nacrtao dvije police. Na nacrtu prva polica ima duljinu 10 cm, a druga 15 cm. U stvarnosti, prva polica mora biti dugačka 120 cm.

- a) Koliki je faktor razmjernosti  $k$  (koliko je puta stvarna polica veća od one na nacrtu)?  
 b) Koliko mora biti dugačka druga stvarna polica da bi se zadržao isti omjer kao na nacrtu?

---

5. Prodavač Nikola postavlja dekorativnu crtu na stakleni izlog. Ukupna je duljina crte 200 cm, a ona mora biti podijeljena u omjeru  $1 : 3$  kako bi se uklopila s logotipom brenda.

- a) Koliko iznosi faktor razmjernosti  $k$  za ovu crtu? (Pomoć: Podijeli ukupnu duljinu sa zbrojem dijelova omjera).  
 b) Kolika je duljina kraćeg dijela crte ( $1k$ ), a kolika duljina duljeg dijela ( $3k$ )?  
 c) Ako izrada dekorativne crte stoji 12 eura po metru duljine, koliko će Nikola platiti za njezinu izradu?




---



---

Pronađi u katalogu ili na internetu tlocrt neke prodavaonice (layout). Izmjeri ravnalom duljinu jedne police na tlocrtu i pronajdi u legendi koji je to razmjer (npr.  $1:50$  ili  $1:100$ ). Izračunaj kolika je stvarna duljina te police u metrima.

Zadatak	Rješenje	Broj bodova
1.	$b = 20 \text{ cm}$ ( $k = 5$ )	2
2.	Omjer $2 : 5$ , $k = 6 \text{ cm}$ ; $a = 12 \text{ cm}$ ; $b = 30 \text{ cm}$	2
3.	DA ( $4 : 6 = 2 : 3$ i $12 : 18 = 2 : 3$ )	2
4.	a) $k = 120 : 10 = 12$ ; b) $15 \cdot 12 = 180 \text{ cm}$	4
5.	a) ukupno dijelova: $1 + 3 = 4$ . $k = 200 : 4 = 50$ b) kraći: $50 \text{ cm}$ , dulji: $150 \text{ cm}$ c) duljina = $200 \text{ cm} = 2 \text{ m}$ ; cijena = $2 \text{ m} \cdot 12 \text{ €/m} = 24 \text{ €}$	5
Ukupno		15

Bodovni prag	0 – 7 0% – 49%	8 – 9 50% – 63%	10 – 11 64% – 76%	12 – 13 77% – 89%	14 – 15 90% – 100%
Ocjena	nedovoljan (1)	dovoljan (2)	doobar (3)	vrlo doobar (4)	odličan (5)

Zadatak ISTRAŽI ne donosi bodove nego, u slučaju graničnog broja bodova, povećava ocjenu na gore.

#### RJEŠENJA ZADATAKA IZ UDŽBENIKA

$$100 \text{ cm} \cdot 1.5 = 150 \text{ cm}$$

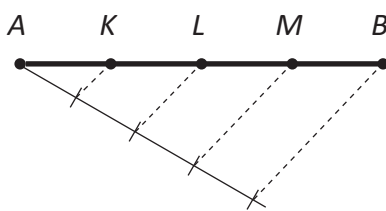
Stvarna druga polica mora biti dugačka  $150 \text{ cm}$ .

Ako prvu policu povećamo 10 puta, a drugu 20 puta, vizualni sklad će se pokvariti.

Zašto? Da bi police izgledale točno onako kako je dizajner zamislio, obje se moraju povećati isti broj puta (u ovom slučaju 10 puta, jer je prva polica sa  $10 \text{ cm}$  narasla na  $100 \text{ cm}$ ).

Ako se drugu policu poveća čak 20 puta, ona bi bila dugačka  $300 \text{ cm}$ . Tada bi bila dvostruko dulja nego što bi trebala biti prema nacrtu i više ne bi izgledala skladno.

#### ZADATAK 1.



$$1. k = 240 : 12 = 20$$

$$2. A_1 = 4 \text{ cm} \cdot 20 = 80 \text{ cm}$$

$$A_2 = 8 \text{ cm} \cdot 20 = 160 \text{ cm}$$

$$\text{Provjera: } 80 + 160 = 240 \text{ cm.}$$

$$3. 18 \text{ cm} \cdot 20 = 360 \text{ cm}$$

4. Uvrštavamo brojeve u formulu sa slike (kraći dio : cijela crta):

- na papiru:  $4 : 12$  (što je  $1/3$ )

- na izlogu:  $80 : 240$  (što je  $1/3$ )

$$\text{Razmj: } 4 : 12 = 80 : 240$$

## RADNI LISTIĆ

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Razredni odjel: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

1. Ako jedan kvadrat ima stranicu duljine 6 cm, a drugi ima stranicu duljine 18 cm, koliki je koeficijent sličnosti  $k$ ?

\_\_\_\_\_

2. Zadan je pravokutnik sa stranicama  $a = 5$  cm i  $b = 8$  cm. Izračunaj stranice njemu sličnog pravokutnika ( $a'$  i  $b'$ ) ako je koeficijent sličnosti  $k = 2$ .

\_\_\_\_\_

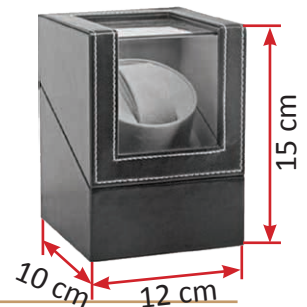
3. U sličnim trokutima odgovarajući su kutovi jednaki. Ako je u jednom trokutu kut  $\alpha = 42^\circ$ , koliki je kut  $\alpha'$  u njemu sličnom, dvostruko većem trokutu?

4.



Katarina dizajnira kutiju za luksuzni sat dimenzija 10 cm  $\times$  15 cm  $\times$  12 cm. Sada treba izraditi sličnu, ali veću kutiju za poklon-set kojoj je najdulja stranica 30 cm.

- a) Koliki je koeficijent sličnosti  $k$  (faktor „zoooma“)?  
b) Izračunaj preostale dimenzije veće kutije.



5. Vlasnik „Stilskog kuta“ otvara novu poslovnicu koja je tlocrtno slična prvoj. Lijevi zid stare poslovnice dugačak je 4 m, a njemu odgovarajući zid u novoj poslovnici je 6 m.

- a) Odredi koeficijent sličnosti  $k$  nove poslovnice u odnosu na staru.  
b) Ako je desni zid u staroj poslovnici bio dugačak 5 m, koliko će biti dugačak u novoj poslovnici?  
c) Ako su u staroj poslovnici dva zida zatvarala kut od  $92^\circ$ , koliki će taj kut biti u novoj poslovnici?

\_\_\_\_\_

## ISTRAŽI

Pronađi u prodavaonici dva proizvoda iste marke koji dolaze u različitim veličinama (npr. mala i velika kutija čokolade ili parfema). Izmjeri njihove stranice. Utvrdi jesu li te kutije matematički slične, tj. imaju li isti omjer svih stranica.

Zadatak	Rješenje	Broj bodova
1.	$k = 3$ (Napomena: Ako se gleda smanjenje, $k$ može biti i $1/3$ ).	2
2.	$a' = 10$ cm; $b' = 16$ cm	2
3.	$\alpha' = 42^\circ$ (kutovi se ne mijenjaju)	2
4.	a) $k = 2$ ; b) $10$ cm $\cdot$ $2 = 20$ cm, $12$ cm $\cdot$ $2 = 24$ cm	4
5.	a) $k = 1.5$ ; b) $7.5$ m; c) $92^\circ$	5
Ukupno		15

Bodovni prag	0 – 7 0 % – 49 %	8 – 9 50 % – 63 %	10 – 11 64 % – 76 %	12 – 13 77 % – 89 %	14 – 15 90 % – 100 %
Ocjena	nedovoljan (1)	dovoljan (2)	dobar (3)	vrlo dobar (4)	odličan (5)

Zadatak ISTRAŽI ne donosi bodove nego, u slučaju graničnog broja bodova, poveća ocjenu na gore.

#### RJEŠENJA ZADATAKA IZ UDŽBENIKA

<p>Novo dimenzije: Kako bi kutija zadržala isti oblik, koristi se koeficijent sličnosti <math>k = 2</math> (<math>30</math> cm : <math>15</math> cm). Nova širina iznosi <math>20</math> cm (<math>10</math> cm <math>\cdot</math> <math>2</math>), a nova visina <math>24</math> cm (<math>12</math> cm <math>\cdot</math> <math>2</math>).</p> <p>Kutovi: Kutovi u velikoj kutiji ostaju isti (<math>90^\circ</math>). Sličnost mijenja duljinu bridova, ali uvijek čuva veličinu kutova.</p> <p>Zaključak o sličnosti: Kutija na "zoomiranoj" slici i kutija u ruci su geometrijski slične jer su im svi odgovarajući kutovi sukladni, a korespondentne stranice u istom omjeru.</p>	<p><b>ZADATAK 1.</b></p> <p>Dva su kvadrata uvijek slična jer su im svi odgovarajući kutovi pravi (<math>90^\circ</math>), a svi omjeri duljina korespondentnih stranica su jednaki (svaki kvadrat ima sve četiri stranice jednake duljine).</p> <p>Koeficijent sličnosti: <math>k = 10</math> cm : <math>5</math> cm = <math>2</math> (ili <math>k = 0.5</math>, ovisno o smjeru promatranja).</p>	<p>1. <math>k = 6</math> m (novi lijevi zid) : <math>4</math> m (stari lijevi zid) = <math>1.5</math></p> <p>2. Novi lijevi zid je <math>1.5</math> puta dulji od starog.</p> <p>3. i 4. Da bi prostor zadržao potpuno jednak oblik, sve se stare dimenzije množe s <math>k = 1.5</math>:</p> <p>zid s prozorom: <math>6</math> m <math>\cdot</math> <math>1.5 = 9</math> m</p> <p>desni zid: <math>5</math> m <math>\cdot</math> <math>1.5 = 7.5</math> m</p> <p>zid s vratima: <math>7</math> m <math>\cdot</math> <math>1.5 = 10.5</math> m</p> <p>5. Kut će iznositi <math>92^\circ</math>.</p> <p>Obrazloženje: Kod geometrijske sličnosti likova, duljine stranica se proporcionalno mijenjaju, ali veličine kutova uvijek ostaju jednake kako bi se očuvao oblik.</p> <p>6. stara polica: <math>1/4</math> od <math>7</math> m = <math>1.75</math> m</p> <p>nova polica: <math>1/4</math> od <math>10.5</math> m = <math>2.625</math> m</p> <p>Nova polica je također <math>k = 1.5</math> puta dulja od stare.</p>
	<p><b>ZADATAK 2.</b></p> <p>Prvom pravokutniku (<math>2</math> cm i <math>6</math> cm) sličan je drugi pravokutnik (<math>3</math> cm i <math>9</math> cm).</p> <p>Obrazloženje: Provjerom omjera stranica dobivamo <math>3 : 2 = 1.5</math> i <math>9 : 6 = 1.5</math>. Budući da je omjer stranica isti (<math>k = 1.5</math>), pravokutnici su slični. Kod trećeg pravokutnika omjeri nisu jednaki (<math>3 : 2 = 1.5</math>, ali <math>4 : 6 \approx 0.67</math>).</p>	

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Razredni odjel: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

1. Dva su trokuta slična s koeficijentom sličnosti  $k = 5$ . Ako je opseg manjeg trokuta  $o = 20$  cm, izračunaj opseg većeg trokuta.

---

2. Površina manjeg trokuta iznosi  $P = 12$  cm<sup>2</sup>. Ako je koeficijent sličnosti  $k = 3$ , izračunaj površinu većeg trokuta. (Pomoć: Površina se povećava s  $k^2$ .)

---

3. Pravokutnik A ima stranicu duljine 4 cm, a sličan pravokutnik B ima stranicu duljine 12 cm.

a) Koliki je koeficijent sličnosti  $k$ ?

b) Ako površina pravokutnika A iznosi 10 cm<sup>2</sup>, kolika je površina pravokutnika B?

---

4. Prodavaonica „Stilski kut“ tiska plakate. Mali letak ima opseg od 60 cm i površinu od 150 cm<sup>2</sup>. Dizajner želi napraviti veliki poster koji je tri puta veći,  $k = 3$ .

a) Koliko će centimetara ukrasne vrpce trebati za rubove velikog postera?

b) Koliko će se puta povećati potrošnja papira (površina) za veliki poster u odnosu na mali letak?

---

5. Originalni ukras u obliku šesterokuta ima opseg 120 cm, površinu 1 039 cm<sup>2</sup> i masu 500 g. Voditelj želi novi model s koeficijentom sličnosti  $k = 2.5$ .

a) Koliki će biti opseg novog ukrasa?

b) Kolika će biti masa novog ukrasa ako je napravljen od istog materijala i iste debljine kao stari? (Pomoć: Masa prati povećanje površine, dakle  $k^2$ .)




---

Uzmi dva proizvoda koji imaju isti oblik, ali različitu veličinu (npr. mala i velika vrećica čipsa ili dvije boce istog soka). Provjeri na deklaraciji njihovu neto masu. Izmjeri njihovu visinu. Pokušaj izračunati jesu li masa i visina u skladu s pravilima sličnosti ili se proizvođač poslužio „trikom“ s ambalažom.

Zadatak	Rješenje	Broj bodova
1.	$o' = 100 \text{ cm}$	2
2.	$P' = 108 \text{ cm}^2$	2
3.	a) $k = 3$ ; b) $P = 90 \text{ cm}^2$	2
4.	a) 180 cm; b) 9 puta više ( $3^2$ )	4
5.	a) 300 cm; b) $500 \text{ g} \cdot 2.5^2 = 3\,125 \text{ g}$	5
Ukupno		15

Bodovni prag	0 – 7 0 % – 49 %	8 – 9 50 % – 63 %	10 – 11 64 % – 76 %	12 – 13 77 % – 89 %	14 – 15 90 % – 100 %
Ocjena	nedovoljan (1)	dovoljan (2)	dobar (3)	vrlo dobar (4)	odličan (5)

Zadatak ISTRAŽI ne donosi bodove nego, u slučaju graničnog broja bodova, poveća ocjenu na gore.

#### RJEŠENJA ZADATAKA IZ UDŽBENIKA

<p>1. Budući da je stranica dvostruko dulja (20 cm), opseg kvadrata bit će <math>4 \cdot 20 \text{ cm} = 80 \text{ cm}</math>. Za veliki poster trebat će 80 cm zlatne vrpce.</p> <p>2. Da, duljina vrpce povećala se jednako kao i stranica – točno dvostruko (s 40 cm na 80 cm).</p> <p>3. U veliki poster stat će više od 2 mala letka. Točnije, stat će točno 4 mala letka (2 po širini i 2 po visini).</p> <p>Zaključak: Ako se stranica poveća 2 puta, opseg se također poveća 2 puta, dok se površina poveća 4 puta (<math>2^2</math>).</p>	<p><b>ZADATAK 1.</b></p> <p><math>o' = o \cdot k = 15 \text{ cm} \cdot 4 = 60 \text{ cm}</math></p> <p><b>ZADATAK 2.</b></p> <p>a) <math>k = 6 \text{ cm} : 3 \text{ cm} = 2</math></p> <p>b) Stranica kvadrata <i>B</i> dulja je 2 puta od stranice kvadrata <i>A</i>.</p> <p>c) Opseg kvadrata <i>B</i> veći je 2 puta od opsega kvadrata <i>A</i>.</p> <p>d) Površina kvadrata <i>B</i> veća je 4 puta od površine kvadrata <i>A</i> (jer se površina mijenja s <math>k^2</math>, odnosno 4).</p>	<p>1. <math>o' = 120 \text{ cm} \cdot 2.5 = 300 \text{ cm}</math></p> <p>2. <math>P' = 1\,039 \text{ cm}^2 \cdot 2.5^2 = 6\,493.75 \text{ cm}^2</math></p> <p>3. Budući da je masa proporcionalna površini, ona se također povećava s kvadratom koeficijenta sličnosti (<math>k^2</math>).</p> <p><math>m' = 500 \text{ g} \cdot 6.25 = 3\,125 \text{ g}</math></p>
--	--	---

# Geometrija ravnine – banka zadatka (1)

## I. TROKUT

1. U pravokutnom trokutu duljina jedne katete jest  $a = 12$  cm, a hipotenuze  $c = 13$  cm. Izračunaj opseg tog trokuta.
2. Izračunaj površinu jednakokračnog trokuta ako je duljina osnovice  $a = 16$  cm, a kraka  $b = 10$  cm. (Pomoć: Prvo izračunaj visinu  $v$ ).
3. Opseg jednakostraničnog trokuta iznosi  $o = 18$  cm. Izračunaj njegovu visinu i površinu.
4. Unutarnji kutovi trokuta odnose se kao  $2 : 3 : 4$ . Izračunaj veličinu svakog kuta i odredi vrstu trokuta prema kutovima.
5. Izračunaj površinu trokuta čije su stranice  $a = 10$  cm,  $b = 17$  cm i  $c = 21$  cm pomoću Heronove formule.

## II. ČETVEROKUT

6. Kvadratu stranice  $a = 10$  cm upisan je krug. Izračunaj površinu otpada kad se iz kvadrata izreže krug. (Uzmi  $\pi = 3.14$ ).
7. Pravokutnik ima površinu  $P = 48$  cm<sup>2</sup> i jednu stranicu  $a = 6$  cm. Izračunaj duljinu dijagonale tog pravokutnika.
8. Dijagonale romba iznose  $e = 16$  cm i  $f = 12$  cm. Izračunaj opseg i visinu tog romba.
9. Jednakokračni trapez ima osnovice  $a = 20$  cm i  $c = 10$  cm te krak  $b = 13$  cm. Izračunaj visinu i površinu tog trapeza.
10. Stranice su paralelograma  $a = 15$  cm i  $b = 10$  cm. Ako je visina na stranicu  $a$  jednaka  $v_a = 6$  cm, izračunaj visinu na stranicu  $b$  ( $v_b$ ).

## III. KRUG I KRUŽNICA

11. Oko pravokutnika stranica  $a = 12$  cm i  $b = 16$  cm opisana je kružnica. Izračunaj površinu opisanog kruga.
12. Izračunaj površinu kružnog vijenca ako su opsezi njegovih graničnih kružnica  $o_1 = 31.4$  cm i  $o_2 = 18.84$  cm.
13. Kružni isječak ima polumjer  $r = 6$  cm i središnji kut  $\alpha = 120^\circ$ . Izračunaj duljinu kružnog luka i opseg tog isječka.
14. U krug polumjera  $r = 5$  cm upisan je kvadrat tako da mu vrhovi leže na kružnici. Kolika je površina tog kvadrata?
15. Površina kruga iznosi  $P = 28.26$  cm<sup>2</sup>. Izračunaj opseg tog kruga.

#### IV. RAZMJERNOST

16. Dužinu  $AB$  duljine 56 cm podijeli točkom  $C$  u omjeru 3 : 5. Izračunaj duljine dijelova  $AC$  i  $CB$ .
17. Trokuti  $ABC$  i  $A'B'C'$  slični su. Stranice prvog trokuta imaju duljine 5 cm, 6 cm i 7 cm. Ako je opseg drugog trokuta  $o' = 54$  cm, izračunaj duljine stranica drugog trokuta.
18. Površine dvaju sličnih četverokuta odnose se kao 4 : 25. Ako je opseg manjeg četverokuta  $o = 24$  cm, koliki je opseg većeg četverokuta?
19. Objekt visok 10 m baca sjenu duljine 4 m. Kolika je u isto vrijeme duljina sjene objekta visine 25 m?
20. Koeficijent sličnosti dvaju likova jest  $k = 1.5$ . Ako je površina većeg lika  $P_1 = 45$  cm<sup>2</sup>, kolika je površina manjeg lika  $P_2$ ?

#### Rješenja zadataka

Tema	Zadatak	Rješenja	Bodovi
<b>I. Trokut</b>	1.	$b = 5$ cm; $o = 12+13+5 = 30$ cm	3
	2.	$v = 6$ cm; $P = 48$ cm <sup>2</sup>	4
	3.	$a = 6$ cm; $v = 5.19$ cm; $P = 15.57$ cm <sup>2</sup>	4
	4.	$2k + 3k + 4k = 180^\circ$ , $k = 20$ ; Kutovi: $40^\circ$ , $60^\circ$ , $80^\circ$ ; šiljastokutan	3
	5.	$s = 24$ cm; $P = 84$ cm <sup>2</sup>	5
<b>II. Četverokut</b>	6.	$P_{kv} = 100$ cm <sup>2</sup> ; $r = 5$ cm; $P_{kr} = 78.5$ cm <sup>2</sup> ; razlika = $21.5$ cm <sup>2</sup>	4
	7.	$b = 8$ cm; $d = 10$ cm	3
	8.	$a = 10$ cm; $o = 40$ cm; $P = 96$ ; $v = 9.6$ cm	5
	9.	$v = 12$ cm; $P = 180$ cm <sup>2</sup>	4
	10.	$P = 90$ ; $v_b = 90 : 10 = 9$ cm	3
<b>III. Krug i kružnica</b>	11.	$d = 20$ cm (dijagonala); $r = 10$ cm; $P = 314$ cm <sup>2</sup>	4
	12.	$r_1 = 5$ ; $r_2 = 3$ ; $P = 78.5 - 28.26 = 50.24$ cm <sup>2</sup>	5
	13.	$l = 12.56$ cm; $o = 12.56 + 12 = 24.56$ cm	4
	14.	$d = 10$ cm (promjer); $P = d \cdot d : 2 = 50$ cm <sup>2</sup>	4
	15.	$r = 3$ cm; $o = 18.84$ cm	3
<b>IV. Razmjernost</b>	16.	$k = 7$ ; $ AC  = 21$ cm; $ CB  = 35$ cm	2
	17.	$o = 18$ cm; $k = 3$ ; stranice: 15 cm, 18 cm, 21 cm	4
	18.	$k = 0.4$ ; $o' = 24 : 0.4 = 60$ cm	4
	19.	$10 : 4 = 25 : x$ , $x = 10$ m	3
	20.	$k^2 = 2.25$ ; $P_2 = 45 : 2.25 = 20$ cm <sup>2</sup>	4

## Geometrija ravnine – banka zadatka (2)

### I. TROKUT

1. Kutna polica ima oblik pravokutnog trokuta s katetama duljine 60 cm i 80 cm. Izračunaj koliko metara zaštitne vrpce treba za rubove te police ako se vrpca stavlja na sve tri stranice trokuta.
2. Ukasni stalak ima oblik jednakokračnog trokuta osnovice 48 cm i krakova duljine 40 cm. Stane li taj stalak na policu visine 35 cm? Pomoć: Izračunaj visinu trokuta.
3. Prodavač reže ostatak tkanine u obliku trokuta stranica 3 m, 4 m i 5 m. Ako se ta tkanina prodaje po cijeni od 12 eura za jedan kvadratni metar, izračunaj cijenu tog komada tkanine. Pomoć: Provjeri vrstu trokuta.
4. Naljepnica ima oblik jednakostraničnog trokuta stranice 10 cm. Izračunaj visinu i površinu naljepnice.
5. U trokutastom stalku jedan je unutarnji kut  $55^\circ$ , a vanjski kut kod drugog vrha ima  $110^\circ$ . Izračunaj sve unutarnje kutove tog trokuta i odredi njegovu vrstu prema kutovima.

### II. ČETVEROKUT

6. Iz kvadratnog komada lima stranice 40 cm treba izrezati najveći mogući krug. Koliko je kvadratnih centimetara ( $\text{cm}^2$ ) lima ostalo kao otpad nakon rezanja?
7. Radni stol u prodavaonici pravokutnog je oblika, duljine 120 cm i širine 90 cm. Prodavač želi zalijepiti ukasnu vrpcu dijagonalno preko stola. Koliko će mu centimetara vrpce trebati za jednu dijagonalu?
8. Ukasna kutija za nakit ima gornju plohu u obliku romba čije su dijagonale 16 cm i 12 cm. Izračunaj duljinu stranice ( $a$ ) te plohe i ukupnu duljinu zlatnog ruba (opseg) kutije.
9. Pod skladišta ima oblik trapeza (osnovice 10 m i 6 m, visina 4 m). Ako jedan paket pločica prekriva  $2 \text{ m}^2$  i stoji 25 eura, koliko je novca potrebno za prekrivanje cijelog poda?
10. Stalak oblika paralelograma ima stranice duljine 50 cm i 30 cm, a visina na duđu stranicu dugačka je 20 cm. Izračunaj površinu stalka, a zatim odredi visinu na kraću stranicu tog istog stalka.

### III. KRUG I KRUŽNICA

11. Pravokutna kutija dimenzija 60 cm x 80 cm mora stati u okruglu zaštitnu foliju (opisani krug). Koliki mora biti polumjer ( $r$ ) te folije da bi kutija točno stala u nju?
12. Oko okruglog stupa promjera 1 metar ( $r = 0.5 \text{ m}$ ) postavljen je kružni tepih širine 1.5 metar (mjereno od ruba stupa). Kolika je površina tog tepiha?
13. Kutna je polica kružni isječak kuta  $90^\circ$  i polumjera 40 cm. Izračunaj površinu police i duljinu zakrivljenog ruba koji treba opšiti.
14. Ako u krug polumjera 10 cm upišemo kvadrat tako da mu vrhovi dodiruju kružnicu (dijagonala kvadrata promjer je kruga), kolika je površina tog kvadrata?
15. Duljina je ograde oko okruglog bazena za promociju 18.84 metra. Kolika je površina tog bazena?

#### IV. RAZMJERNOST I SLIČNOST

16. Policu duljine 150 cm treba podijeliti na dva dijela u omjeru 2 : 3 za izlaganje dviju različitih skupina proizvoda. Koliko centimetara iznosi svaki dio police?
17. Maketa trokutastog krova trgovine ima stranice 10 cm, 12 cm i 15 cm. Ako je u stvarnosti najduža stranica krova 6 metara (600 cm), kolike su ostale dvije stranice stvarnog krova?
18. Imamo dva slična pravokutna plakata. Manji ima površinu  $200 \text{ cm}^2$ , a veći  $1800 \text{ cm}^2$ . Ako je širina manjeg plakata 10 cm, kolika je širina većeg plakata? Pomoć: Prvo nađi  $k$  pomoću površina.
19. Prodavač visok 1.8 metara baca sjenu duljine 1.2 metra. U istom trenutku, sjena reklamnog stupa ispred prodavaonice dugačka je 4 metra. Koliko je visok reklamni stup?
20. Fotografija proizvoda dimenzija 10 cm x 15 cm treba se povećati na fotokopirnom stroju tako da joj nova visina bude 45 cm. Koliki postotak (%) povećanja treba odabrati i kolika će biti nova širina slike?

#### Rješenja zadataka

Tema	Zadatak	Točno rješenje (rezultat)	Bodovi
I. Trokut	1.	$c = 100 \text{ cm}$ ; opseg = $60 + 80 + 100 = 240 \text{ cm}$ (2.4 m)	3
	2.	$v = 32 \text{ cm}$ ; Stane na policu.	4
	3.	Trokut je pravokutan (3-4-5); $P = 6 \text{ m}^2$ ; cijena = 72 €	4
	4.	$v = 8.65 \text{ cm}$ ; $P = 43.25 \text{ cm}^2$	3
	5.	unutarnji: $55^\circ, 70^\circ, 55^\circ$ ; jednakokračni, šiljastokutni	3
II. Četverokut	6.	$P_{kv} = 1600 \text{ cm}^2$ ; $P_{kr} = 1256 \text{ cm}^2$ ; otpad = $344 \text{ cm}^2$	4
	7.	$d = 150 \text{ cm}$	3
	8.	$a = 10 \text{ cm}$ ; opseg = 40 cm	4
	9.	$P = 32 \text{ m}^2$ ; treba 16 paketa; ukupno 400 €	5
	10.	$P = 1000 \text{ cm}^2$ ; $v_b = 33.33 \text{ cm}$ (1000 : 30)	4
III. Krug i kružnica	11.	$d = 100 \text{ cm}$ ; $r = 50 \text{ cm}$	3
	12.	$R = 2 \text{ m}$ ; $P = 12.56 - 0.785 = 11.775 \text{ m}^2$	5
	13.	$P = 1256 \text{ cm}^2$ ; $l = 62.8 \text{ cm}$	4
	14.	$d = 20 \text{ cm}$ ; $P_{kv} = d \cdot d : 2 = 200 \text{ cm}^2$	4
	15.	$r = 3 \text{ m}$ ; $P = 28.26 \text{ m}^2$	3
IV. Razmjernost	16.	$k = 30$ ; dijelovi su 60 cm i 90 cm	2
	17.	$k = 40$ ; stranice su 400 cm i 480 cm	3
	18.	$k^2 = 9$ , $k = 3$ ; širina = 30 cm	4
	19.	$1.8 : 1.2 = x : 4$ ; $x = 6$ metara	4
	20.	$k = 3$ ; povećanje 300 %; širina = 30 cm	3

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Razredni odjel: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

1. U pravokutnom trokutu zadan je kut  $\alpha$  i njemu nasuprotna kateta  $a = 5$  cm, priležeća kateta  $b = 12$  cm i hipotenuza  $c = 13$  cm. Izračunaj vrijednosti:  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$ ,  $\operatorname{tg} \alpha$ .

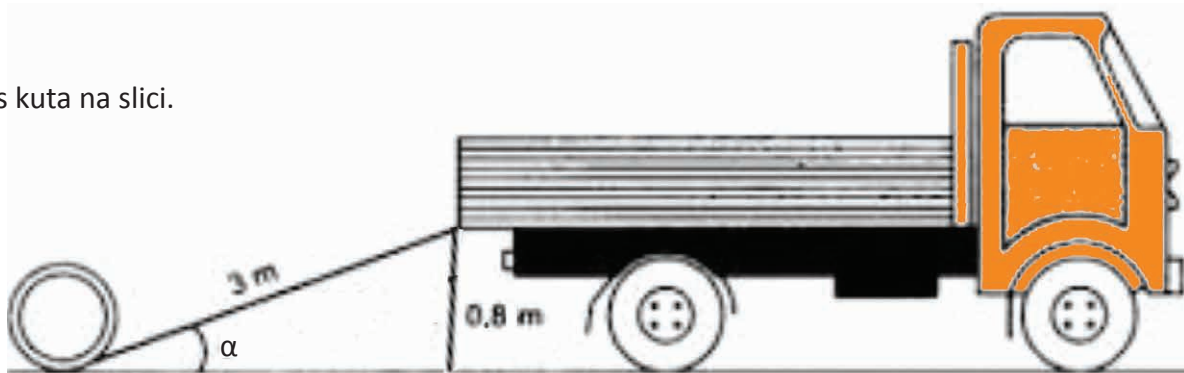
2. Zadane su katete pravokutnog trokuta  $a = 6$  cm i  $b = 8$  cm.

a) Izračunaj duljinu hipotenuze  $c$  pomoću Pitagora poučka.

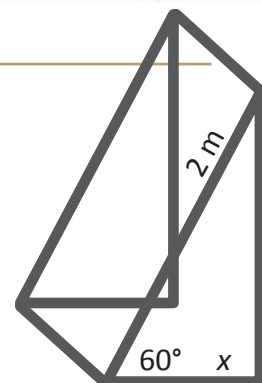
b) Izračunaj vrijednost  $\sin \alpha$ .

3. Ako znaš da je u pravokutnom trokutu  $\sin \alpha = 0.8$ , a hipotenuza  $c = 10$  cm, kolika je duljina nasuprotne katete  $a$ ?

4. Izračunaj sinus kuta na slici.



5. Pano duljine 2 m naslonjen je na okvir (sa slike) pod kutom od  $60^\circ$  prema tlu. Kolika je vodoravna udaljenost  $x$  od podnožja panoa do vertikalne šipke? Uzmi da je  $\cos 60^\circ = 0.5$ .



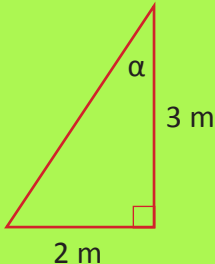
Pogledaj kalkulator na svom mobitelu (okreni ga vodoravno za znanstvene funkcije). Izračunaj  $\sin$ ,  $\cos$  i  $\operatorname{tg}$  za kut od  $45^\circ$ . Što primjećuješ kod vrijednosti sinusa i kosinusa? Razmisli kakav je to pravokutni trokut koji ima kut od  $45^\circ$ .

Zadatak	Rješenje	Broj bodova
1.	$\sin \alpha \approx 0.38$ ; $\cos \alpha \approx 0.92$ ; $\operatorname{tg} \alpha \approx 0.41$	3
2.	a) $c = 10 \text{ cm}$ ; b) $\sin \alpha = 0.6$	3
3.	$a = 10 \cdot 0.8 = 8 \text{ cm}$	3
4.	$\sin \alpha = 0.8 : 3 \approx 0.26$	3
5.	$x = 2 \text{ m} \cdot 0.5 = 1 \text{ m}$	3
Ukupno		15

Bodovni prag	0 – 7 0% – 49%	8 – 9 50% – 63%	10 – 11 64% – 76%	12 – 13 77% – 89%	14 – 15 90% – 100%
Ocjena	nedovoljan (1)	dovoljan (2)	dobar (3)	vrlo dobar (4)	odličan (5)

Zadatak ISTRAŽI ne donosi bodove nego, u slučaju graničnog broja bodova, poveća ocjenu na gore.

### RJEŠENJA ZADATAKA IZ UDŽBENIKA

<p>Zadatak ćemo riješiti grafičkom metodom – konstrukcijom pravokutnog trokuta u mjerilu.</p> <p>Odaberimo mjerilo 1 : 10 (tada je kateta <math>a = 5 \text{ cm}</math>).</p> <p>Nacrtajmo pravi kut s vrhom C.</p> <p>Izmjerimo katetu <math>a</math> (visina stepenice) duljine 5 cm.</p> <p>Kut koji kateta <math>a</math> zatvara s hipotenuzom bit će <math>180^\circ - 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ</math>, što možemo kutomjerom odrediti.</p> <p>Nacrtajmo hipotenuzu i istaknimo kut nagiba rampe od <math>15^\circ</math>.</p> <p>Izmjerimo duljina hipotenuze <math>c</math> na crtežu: 19.3 cm.</p> <p>Množenjem s faktorom mjerila (10) dobivamo stvarnu duljinu.</p> <p>Konačan odgovor:</p> <p>Potrebno je naručiti rampu približne duljine 193 cm.</p> <p>Napomena za nastavnike:</p> <p>Ovaj zadatak služi kao motivacija za uvođenje trigonometrije. Kroz raspravu treba istaknuti da je grafička metoda neprecizna te da nam je potreban matematički alat (omjeri stranica u pravokutnom trokutu) koji će omogućiti precizan izračun bez crtanja.</p>	<p><b>ZADATAK 1.</b></p> <p>Prvi trokut:</p> $\sin \alpha = \frac{m}{h}; \cos \alpha = \frac{n}{h}; \operatorname{tg} \alpha = \frac{m}{n}$ $\sin \beta = \frac{n}{h}; \cos \beta = \frac{m}{h}; \operatorname{tg} \beta = \frac{n}{m}$ <p>Drugi trokut:</p> $\sin \gamma = \frac{x}{z}; \cos \gamma = \frac{y}{z}; \operatorname{tg} \gamma = \frac{x}{y}$ $\sin \delta = \frac{y}{z}; \cos \delta = \frac{x}{z}; \operatorname{tg} \delta = \frac{y}{x}$	<p>1.</p>  <p>Nasuprotna kateta: udaljenost od zida na podu (2 m).</p> <p>Priležeća kateta: Visina na kojoj je kamera postavljena na zidu (3 m).</p> <p>2. Tangens kuta u pravokutnom trokutu definira se kao omjer duljine nasuprotne katete i duljine priležeće katete:</p> $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2 \text{ m}}{3 \text{ m}}$ <p>3. <math>\operatorname{tg} \alpha = 0,667</math></p>
--	--	--

# Vrijednosti trigonometrijskih funkcija kutova $30^\circ$ , $60^\circ$ i $45^\circ$

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Razredni odjel: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

1. Koristeći se tablicom vrijednosti iz udžbenika, izračunaj vrijednost izraza  $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ$ .

---

2. Što je veće? Usporedi vrijednosti  $\operatorname{tg} 45^\circ$  i  $\sin 60^\circ$ .

---

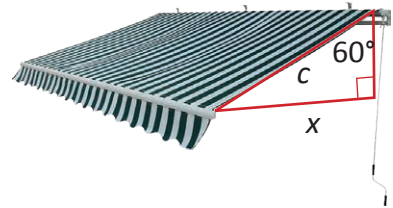
3. Izračunaj umnožak  $\sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ$ .

---

4. Iznad ulaza u prodavaonicu montira se tenda. Ruka tende (hipotenuza  $c$ ) dugačka je 200 cm i otvorena je pod kutom od  $60^\circ$  u odnosu na zid.

Koliko centimetara od zida ( $x$ ) seže tenda prema naprijed?

Uputa:  $x = c \cdot \sin 60^\circ$ .



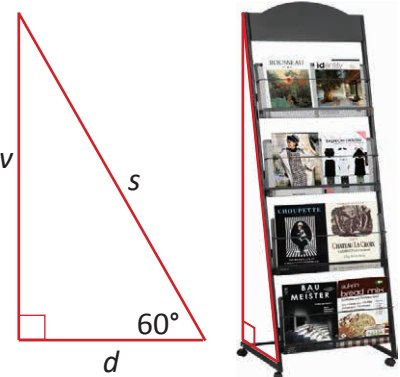
5. U prodavaonici tiska stoji stalak za časopise kao na slici. Konstruiran je tako da s podom zatvara kut od  $60^\circ$  kako bi naslovnice bile preglednije.

- a) Ako je stranica stalka (hipotenuza  $s$ ) dugačka 160 cm, kolika je njegova visina  $v$ ?

Uputa: visina = hipotenuza  $\cdot \sin 60^\circ$ .

- b) Koliko taj stalak „ulazi“ u prostor (njegova dubina na podu  $d$ )?

Uputa: dubina = hipotenuza  $\cdot \cos 60^\circ$ .




---



---

Pronađi u trgovini (ili u katalogu namještaja) predmet koji ima nagib od točno  $45^\circ$ . To su često potpornji za police ili dijagonalne prečke na stalcima. Razmisli i zapiši: zašto je baš kut od  $45^\circ$  najpraktičniji za izradu takvih dijelova u usporedbi s drugim kutovima?

Zadatak	Rješenje	Broj bodova
1.	$0.5 + 0.5 = 1$	2
2.	$\text{tg } 45^\circ > \sin 60^\circ$ (jer je 1 veće od 0.87)	2
3.	$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$	2
4.	$x = 200 \cdot \sin 60^\circ = 200 \cdot 0.866 = 173.2 \text{ cm}$	4
5.	a) $v = 160 \cdot \sin 60^\circ = 160 \cdot 0.866 = 138.56 \text{ cm};$ b) $d = 160 \cdot \cos 60^\circ = 160 \cdot 0.5 = 80 \text{ cm}$	5
Ukupno		15

Bodovni prag	0 – 7 0% – 49%	8 – 9 50% – 63%	10 – 11 64% – 76%	12 – 13 77% – 89%	14 – 15 90% – 100%
Ocjena	nedovoljan (1)	dovoljan (2)	dobar (3)	vrlo dobar (4)	odličan (5)

Zadatak ISTRAŽI ne donosi bodove nego, u slučaju graničnog broja bodova, povećava ocjenu na gore.

#### RJEŠENJA ZADATAKA IZ UDŽBENIKA

Promatramo pravokutne trokute gdje je širina police zapravo hipotenuza ( $c = 100 \text{ cm}$ ). Visinu police označavamo s  $a$ , a dubinu (koliko polica „ulazi“ u prostor) s  $b$ .

1. Slučaj: Kut nagiba  $\alpha = 30^\circ$

Kod kuta od  $30^\circ$ , nasuprotna kateta (visina) je uvijek upola manja od hipotenuze.

Visina ( $a$ ): 50 cm

Dubina ( $b$ ): oko 86.6 cm

Zaključak: Polica zauzima puno prostora u dubinu, ali je niska.

2. Slučaj: Kut nagiba  $\alpha = 60^\circ$

Ovdje su uloge zamijenjene u odnosu na prvi trokut.

Visina ( $a$ ): oko 86.6 cm

Dubina ( $b$ ): 50 cm

Zaključak: Polica je vrlo strma, zauzima malo prostora u dubinu, ali ide visoko uza zid.

3. Slučaj: Kut nagiba  $\alpha = 45^\circ$

U ovom slučaju trokut je jednakokraničan, pa su visina i dubina jednake.

Visina ( $a$ ): oko 70.7 cm

Dubina ( $b$ ): oko 70.7 cm

Zaključak: Ravnoteža između visine i dubine.

Odgovor na ključno pitanje

Visina je točno polovica širine police u prvom trokutu, gdje je kut nagiba  $\alpha = 30^\circ$ .

$$\frac{\sin 45^\circ + \cos 45^\circ}{\text{tg } 45^\circ \cdot \sin 30^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}}{1 \cdot \frac{1}{2}} = 2\sqrt{2}$$

# Vrijednosti trigonometrijskih funkcija šiljastoga kuta

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Razredni odjel: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

1. Pretvori (bez kalkulatora) kut iz decimalnog oblika u stupnjeve, minute i sekunde.

a)  $45.5^\circ = 45^\circ + 0.5 \cdot 60' =$  \_\_\_\_\_

b)  $10.5125^\circ =$  \_\_\_\_\_

2. Pretvori kut iz stupnjeva, minuta i sekundi u decimalni oblik. (Možeš se koristiti kalkulatorom.)

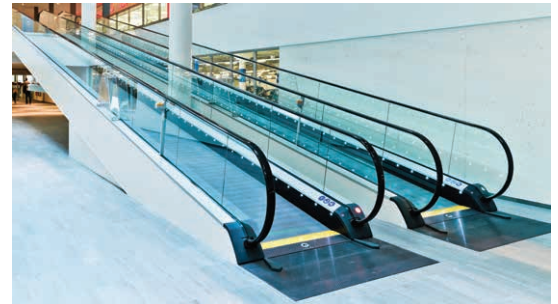
$15^\circ 30' 36'' =$  \_\_\_\_\_

3. Pomoću kalkulatora odredi vrijednosti trigonometrijskih funkcija (zaokruži na četiri decimale).

a)  $\sin 28^\circ =$  \_\_\_\_\_ b)  $\cos 42^\circ 15' =$  \_\_\_\_\_ c)  $\operatorname{tg} 10^\circ 30' 45'' =$  \_\_\_\_\_

4. U novom trgovačkom centru ugrađuje se travelator duljine 25 metara (hipotenuza  $c$ ). Zbog sigurnosti kupaca s kolicima, nagib staze je postavljen na  $12^\circ$ .

Izračunaj na koju visinu (kateta  $a$ ) travelator podiže kupce s parkirališta do ulaza.

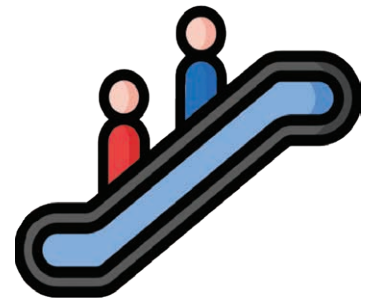


5. Za eskalator (pokretne stube) koji povezuje prizemlje i prvi kat poznati su sljedeći tehnički podatci:

- duljina eskalatora (put koji prijeđemo vozeći se na njemu):  $c = 12$  metara
- visinska razlika između katova:  $a = 6$  metara

Nacrtaj skicu ovog problema kao pravokutni trokut i označi kut nagiba  $\alpha$  koji eskalator zatvara s podom. Izračunaj taj kut.

Prema sigurnosnim standardima, kut nagiba eskalatora ne bi smio prelaziti  $35^\circ$ . Je li ovaj eskalator u skladu s propisima?



Posjeti lokalni trgovački centar. Pronađi pokretne stepenice ili travelator. Pokušaj procijeniti je li nagib strmiji ili blaži od  $30^\circ$ . Razmisli i napiši: zašto travelatori (staze bez stuba) uvijek imaju puno manji nagib od pokretnih stuba?

Zadatak	Rješenje	Broj bodova
1.	a) $45^\circ 30'$ ; b) $10^\circ 30' 45''$	2
2.	$15.51^\circ$	2
3.	a) 0.4695; b) 0.7402; c) 0.1856	2
4.	$a = 25 \cdot 0.2079 = 5.2$ metra	4
5.	$\sin \alpha = a : c = 0.5$ ; $\alpha = 30^\circ$ $30^\circ < 35^\circ$ ; Ovaj je eskalator u skladu sa sigurnosnim propisima.	5
Ukupno		15

Bodovni prag	0 – 7 0 % – 49 %	8 – 9 50 % – 63 %	10 – 11 64 % – 76 %	12 – 13 77 % – 89 %	14 – 15 90 % – 100 %
Ocjena	nedovoljan (1)	dovoljan (2)	dobar (3)	vrlo dobar (4)	odličan (5)

Zadatak ISTRAŽI ne donosi bodove nego, u slučaju graničnog broja bodova, povećava ocjenu na gore.

#### RJEŠENJA ZADATAKA IZ UDŽBENIKA

<p>Pomoću kalkulatora dobivamo sljedeće približne vrijednosti:</p> <p><math>\sin 10^\circ \approx 0.17</math>  <math>\sin 30^\circ = 0.5</math>  <math>\sin 45^\circ \approx 0.71</math>  <math>\sin 60^\circ \approx 0.87</math>  <math>\sin 80^\circ \approx 0.98</math></p> <p>Uočavamo da vrijednost sinusa raste kako se kut povećava od <math>0^\circ</math> prema <math>90^\circ</math>. Što je kut veći (strmiji), to je i brojčani rezultat funkcije sinus bliži broju 1.</p> <p>Ako je sinus kuta nagiba jako mali broj (npr. 0.05), kut vrlo malen. U tom slučaju staza je položena (ima blag nagib).</p>	<p><b>ZADATAK 2.</b></p> <p>Prvi red (Cijeli stupnjevi):</p> <p>a) <math>\sin 59^\circ = 0.8572</math>  b) <math>\cos 35^\circ = 0.8192</math>  c) <math>\text{tg } 22^\circ = 0.4040</math></p> <p>Drugi red (Decimalni zapisi):</p> <p>d) <math>\sin 40.2^\circ = 0.6455</math>  e) <math>\cos 20.87^\circ = 0.9344</math>  f) <math>\text{tg } 45.5^\circ = 1.0176</math></p> <p>Treći red (Stupnjevi, minute i sekunde):</p> <p>d) <math>\sin 40^\circ 2' = 0.6432</math>  e) <math>\cos 20^\circ 20' = 0.9377</math>  f) <math>\text{tg } 45^\circ 50' 40'' = 1.0301</math></p>	
	<p><b>ZADATAK 2.</b></p> <p>a) <math>\alpha = 36^\circ 9'</math>  b) <math>\alpha = 77^\circ 1'</math>  c) <math>\alpha = 65^\circ 51'</math></p>	
	<p><b>ZADATAK 4.</b></p> <p>Zadan je kut <math>\alpha = 15^\circ</math> koji se nalazi uz stranicu <math>b</math>. To znači da je <math>b</math> priležeća kateta kutu alfa.</p> <p><math>b = c \cdot \cos \alpha = 28.98</math> cm</p>	

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Razredni odjel: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

1. U pravokutnom trokutu zadan je kut  $\alpha = 38^\circ$  i hipotenuza  $c = 10$  cm. Izračunaj duljinu kateta.

\_\_\_\_\_

2. U pravokutnom trokutu zadan je kut  $\beta = 42^\circ$  i njemu nasuprotna kateta  $b = 10$  cm. Izračunaj duljinu druge katete i hipotenuze.

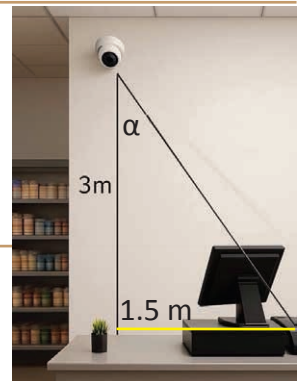
\_\_\_\_\_

3. U pravokutnom trokutu zadane su duljine kateta  $a = 3$  cm,  $b = 7$  cm. Koliki su kutovi tog trokuta?

\_\_\_\_\_

4. Na visini 3 m montira se kamera koja mora snimati blagajnu udaljenu 1.5 m od zida. Pod kojim kutom treba montirati kameru na zid?

\_\_\_\_\_



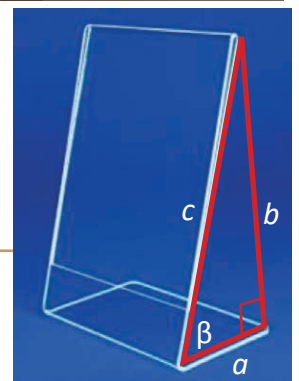
5. Prodavač naručuje stalke za cijene koji moraju stajati pod određenim kutom radi bolje vidljivosti. Stalak u profilu ima oblik pravokutnog trokuta s katetama  $a = 3.5$  cm i  $b = 5$  cm.

a) Izračunaj pod kojim je kutom  $\beta$  nagnuta ploha s cijenom u odnosu na podlogu.

\_\_\_\_\_

b) Izračunaj duljinu ( $c$ ) plohe na koju se lijepi cijena.

\_\_\_\_\_



Pronađi u prodavaonici bilo koji logotip ili ukras koji u sebi sadrži trokut (npr. Adidas, Mitsubishi ili lokalni brend). Izmjeri mu bazu i visinu. Pomoću trigonometrije izračunaj pod kojim su kutom nagnute njegove stranice. Izgleda li logotip „stabilno“ ili „dinamično“ zbog tog kuta?

Zadatak	Rješenje	Broj bodova
1.	$a = c \cdot \sin \alpha = 10 \cdot \sin 38^\circ \approx 6.16 \text{ cm}$ $b = c \cdot \cos \alpha = 10 \cdot \cos 38^\circ \approx 7.88 \text{ cm}$	2
2.	$a = b : \operatorname{tg} \beta = 10 : \operatorname{tg} 42^\circ \approx 11.11 \text{ cm}$ $c = b / \sin \beta = 10 : \sin 42^\circ \approx 14.94 \text{ cm}$	2
3.	$\operatorname{tg} \alpha = a : b = 3 : 7 \Rightarrow \alpha \approx 23.20^\circ (23^\circ 11')$ $\beta = 90^\circ - \alpha \approx 66.80^\circ (66^\circ 49')$ $\gamma = 90^\circ$	2
4.	$\operatorname{tg} \alpha = 1.5 : 3 = 0.5 \Rightarrow \alpha = 26.57^\circ$	4
5.	a) $\operatorname{tg} \beta = b : a = 5 : 3.5 \approx 1.4286 \Rightarrow \beta \approx 55.01^\circ$ b) $c^2 = a^2 + b^2 = 37.25 \Rightarrow c \approx 6.10 \text{ cm}$	5
Ukupno		15

Bodovni prag	0 – 7 0% – 49%	8 – 9 50% – 63%	10 – 11 64% – 76%	12 – 13 77% – 89%	14 – 15 90% – 100%
Ocjena	nedovoljan (1)	dovoljan (2)	dobar (3)	vrlo dobar (4)	odličan (5)

Zadatak ISTRAŽI ne donosi bodove nego, u slučaju graničnog broja bodova, poveća ocjenu na gore.

### RJEŠENJA ZADATAKA IZ UDŽBENIKA

<p>Prije uvođenja trigonometrijskih tablica ili kalkulatora, potaknite učenike na kritičko razmišljanje i geometrijsku intuiciju sljedećim koracima:</p> <p>1. Konstrukcija i mjerenje Neka učenici precizno nacrtaju trokut pomoću trokuta i kutomjera (stranica <math>b = 4 \text{ cm}</math>, pravi kut, <math>\beta = 40^\circ</math>). Zadatak: Ravnalom izmjerite stranicu <math>a</math> i hipotenuzu <math>c</math>. Cilj: Učenici će dobiti vrijednosti bliske 4.8 cm i 6.2 cm, što im služi kao „sidro“ za kasniju numeričku provjeru.</p> <p>2. Logičko zaključivanje o veličini stranica Postavite učenicima pitanja koja ne zahtijevaju brojeve:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ako je <math>\beta = 40^\circ</math>, koliki je <math>\alpha</math>? (Zaključak: <math>\alpha = 50^\circ</math>.)</li> <li>• Koja će stranica biti dulja, <math>a</math> ili <math>b</math>? (Zaključak: nasuprot većeg kuta (od <math>50^\circ</math>) leži dulja stranica (<math>a</math>), dakle <math>a</math> mora biti veće od 4 cm).</li> <li>• Može li hipotenuza biti kraća od 5 cm? (Rasprava o odnosima u trokutu).</li> </ul> <p>3. Uvođenje trigonometrije kao „alata za preciznost“ Tek kad učenici „osjete“ trokut mjerenjem, objasnite im da su trigonometrijske funkcije zapravo stalni omjeri koje su matematičari davno izračunali kako mi ne bismo morali svaki put precizno crtati i mjeriti.</p>	<p><b>ZADATAK 1.</b></p> $\sin \alpha = \frac{a}{c}, a = 5 \text{ cm}$
---	--

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Razredni odjel: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

1. U pravokutniku je kut između dijagonala (nasuprot stranice  $b$ )  $40^\circ$ . Ako dijagonala ima duljinu 10 cm, izračunaj duljinu stranice  $b$ . (Pomoć:  $\sin 20^\circ \approx 0.342$ )

\_\_\_\_\_

2. Izračunaj visinu ( $v$ ) jednakokravnog trokuta ako je osnovica  $a = 20$  cm, a kut nasuprot osnovice ima mjeru  $60^\circ$ .

\_\_\_\_\_

3. Izračunaj duljinu kraka ( $b$ ) jednakokravnog trokuta ako mu je visina  $v = 12$  cm, a kut uz osnovicu iznosi  $42^\circ$ . (Pomoć:  $\sin 42^\circ \approx 0.669$ ).

\_\_\_\_\_

4. Prodavač postavlja „A“ reklamni stalak s krakovima duljine 120 cm. Da bi stalak bio stabilan i uočljiv prolaznicima, kut između krakova na vrhu mora biti točno  $38^\circ$ .

a) Izračunaj koliki će biti razmak između nogara stalka na podu (osnovica  $a$ ). (Pomoć:  $\sin 19^\circ \approx 0.325$ )

b) Kolika je visina stalka kada je otvoren? (Pomoć:  $\cos 19^\circ \approx 0.945$ )



\_\_\_\_\_

5. Za ulazna vrata prodavaonice naručena je pravokutna mjedena pločica stranice  $a = 14.3$  cm. Kut među dijagonalama nasuprot stranici  $a$  iznosi  $156^\circ 44'$ .

a) Izračunaj duljinu druge stranice  $b$  te pločice.

b) Izračunaj ukupnu površinu pločice u  $\text{cm}^2$ .



\_\_\_\_\_

Prošeći gradom i pronađi jedan „A“ stalak ispred trgovine ili kafića. Izmjeri duljinu njegova kraka i razmak između nogara na tlu. Pomoću trigonometrije izračunaj koliki je kut na vrhu tog stalka. Je li on blizu „idealnih“  $38^\circ$ ?

Zadatak	Rješenje	Broj bodova
1.	$b = 6.84 \text{ cm} (20 \cdot \sin 20^\circ)$	2
2.	$v = 17.32 \text{ cm} (10 : \text{tg } 30^\circ)$	2
3.	$b = 17.93 \text{ cm} (12 : \sin 42^\circ)$	2
4.	a) $78 \text{ cm} (2 \cdot 120 \cdot \sin 19^\circ)$ ; b) $113.4 \text{ cm} (120 \cdot \cos 19^\circ)$	4
5.	a) $b = 2.94 \text{ cm}$ ; b) $P = 42.04 \text{ cm}^2$	5
Ukupno		15

Bodovni prag	0 – 7 0 % – 49 %	8 – 9 50 % – 63 %	10 – 11 64 % – 76 %	12 – 13 77 % – 89 %	14 – 15 90 % – 100 %
Ocjena	nedovoljan (1)	dovoljan (2)	dobar (3)	vrlo dobar (4)	odličan (5)

#### RJEŠENJA ZADATAKA IZ UDŽBENIKA

<p>Zadano:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>udaljenost nasuprotnih vrhova pravilnog deseterokuta (promjer opisane kružnice): <math>2r = 6 \text{ cm}</math></li> <li>broj karakterističnih trokuta: 10</li> </ul> <p>1. Analiza karakterističnog trokuta Pravilni deseterokut sastoji se od 10 sukladnih jednakokranih trokuta. Kut nasuprot osnovice: <math>360^\circ : 10 = 36^\circ</math>. Kрак trokuta <math>r</math> jednak je polovici udaljenosti nasuprotnih vrhova: <math>6 : 2 = 3 \text{ cm}</math>.</p> <p>2. Izračun visine trokuta <math>v</math> Promatramo pravokutni trokut koji nastaje dijeljenjem karakterističnog trokuta visinom na osnovicu:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>hipotenuza <math>r = 3 \text{ cm}</math></li> <li>kut pri vrhu se polovi: <math>36^\circ : 2 = 18^\circ</math></li> <li>visina <math>v</math> jest kateta uz kut od <math>18^\circ</math> <math>v = r \cdot \cos 18^\circ \approx 2.853 \text{ cm}</math></li> </ul> <p>3. Udaljenost nasuprotnih stranica <math>d = 2 \cdot v = 5.71 \text{ cm}</math></p> <p>4. Primjena u dizajnu pakiranja Unutarnji izrez u spužvi treba biti širok <math>5.71 \text{ cm}</math> kako bi stranice značke čvrsto nalegle na umetak. Kvadratna kutija mora imati stranicu od minimalno <math>6 \text{ cm}</math> kako bi u nju stali vrhovi značke (koji čine najširi dio lika).</p>	<p style="text-align: center;"><b>ZADATAK 1.</b></p> <p>Zadano: krak trokuta <math>b = 15 \text{ cm}</math> Kut uz osnovicu <math>\alpha = 42^\circ</math></p> <p>Traži se: visina na osnovicu <math>v</math></p> <p>Postupak: U jednakokrani trokutu, visina <math>v</math> na osnovicu stvara pravokutni trokut u kojem je: hipotenuza krak trokuta <math>b = 15 \text{ cm}</math> kut uz osnovicu <math>\alpha = 42^\circ</math>. Kateta nasuprot kutu <math>\alpha</math> jest tražena visina <math>v</math>.</p> <p>Izračun: <math>\sin \alpha = \frac{v}{b}</math> <math>v = 15 \cdot \sin 42^\circ \approx 10.04 \text{ cm}</math></p>	<p>Zadano: duljina krakova stalka <math>b = 120 \text{ cm}</math> kut između krakova <math>\gamma = 38^\circ</math></p> <p>Traži se: razmak između nogara <math>a</math></p> <p>Postupak: „A“ stalak promatramo kao jednakokrani trokut. Visina iz vrha dijeli taj trokut na dva jednaka pravokutna trokuta. U jednom takvom trokutu vrijedi: hipotenuza je krak <math>b = 120 \text{ cm}</math> kut pri vrhu: <math>38^\circ : 2 = 19^\circ</math>. Kateta nasuprot tom kutu je polovica traženog razmaka <math>\frac{a}{2}</math>.</p> <p>Izračun: <math>\frac{a}{2} = 120 \cdot \sin 19^\circ \approx 39.068 \text{ cm}</math> Konačan razmak: <math>a \approx 78.14 \text{ cm}</math></p> <p>Odgovor: Razmak između nogara stalka iznositi će približno <math>78.14 \text{ cm}</math>.</p>
---	---	--

## RADNI LISTIĆ

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Razredni odjel: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

1. U trokutu su zadane stranice  $a = 5$  cm i  $b = 8$  cm te kut između njih  $\gamma = 60^\circ$ . Izračunaj duljinu treće stranice  $c$ . (Pomoć:  $\cos 60^\circ = 0.5$ ).

---

2. Zadane su sve tri stranice trokuta:  $a = 5$  cm,  $b = 8$  cm i  $c = 9$  cm. Izračunaj mjeru kuta  $\alpha$  (kut nasuprot stranice  $a$ ).

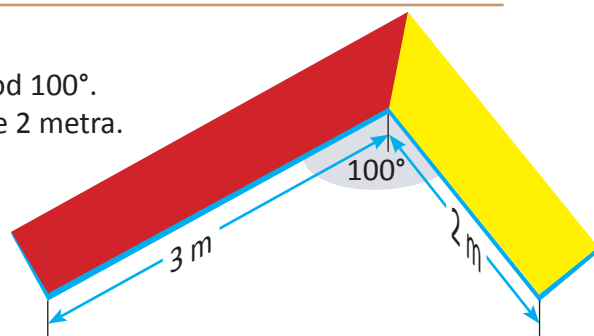
---

3. U trokutu su zadane stranice  $b = 6$  cm i  $c = 10$  cm te kut  $\alpha = 45^\circ$ . Izračunaj duljinu stranice  $a$ .

---

4. Zbog nepravilnog tlocrta, zidovi prodavaonice zatvaraju kut od  $100^\circ$ . Uz jedan je zid polica duljine 3 metra, a uz drugi polica duljine 2 metra.

Koliko dugačka mora biti ukrasna letva koja spaja vanjske krajeve tih polica? (Pomoć:  $\cos 100^\circ = -0.1736$ ).



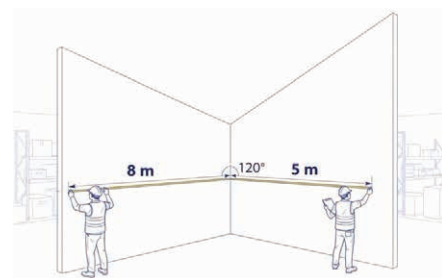

---



---

5. Dvojica skladištara, Marko i Ivan, mjere prostor u kutu skladišta koji je u obliku trokuta. Kut između zidova ima  $120^\circ$ . Marko je izmjerio 8 metara uz jedan zid, a Ivan 5 metara uz drugi.

Kolika je udaljenost između točaka do kojih su Marko i Ivan došli (treća stranica trokuta)? (Pomoć:  $\cos 120^\circ = -0.5$ ).




---



---

Prošeci svojim mjestom ili trgovačkim centrom i pronađi jedan "nepravilan" kut (koji nije  $90$  stupnjeva). To može biti kut na ulazu u trgovinu ili spoj dva rashladna uređaja. Pokušaj procijeniti kut i duljine stranica, a zatim izračunaj kolika bi bila "prečica" (treća stranica) u tom prostoru.

Zadatak	Rješenje	Broj bodova
1.	$c = 7 \text{ cm } (c^2 = 25 + 64 - 40)$	2
2.	$\alpha = 33^\circ 33' 26''$	2
3.	$a = 7.15 \text{ cm } (a^2 = 36 + 100 - 84.84)$	2
4.	3.88 metara ( $c^2 = 9 + 4 + 2.08$ )	4
5.	11.36 metara ( $c^2 = 64 + 25 + 40 = 129$ )	5
Ukupno		15

Bodovni prag	0 – 7 0% – 49%	8 – 9 50% – 63%	10 – 11 64% – 76%	12 – 13 77% – 89%	14 – 15 90% – 100%
Ocjena	nedovoljan (1)	dovoljan (2)	dobar (3)	vrlo dobar (4)	odličan (5)

#### RJEŠENJA ZADATAKA IZ UDŽBENIKA

<p>1. Potaknuti učenike na nagađanje i zaključivanje da je za točan izračun potreban novi matematički alat.</p> <p>2. Ne vrijedi, jer Pitagorin poučak vrijedi samo ako je kut između zidova točno <math>90^\circ</math> (pravokutni trokut). Ovdje je kut <math>120^\circ</math>.</p> <p>3. Stranica (treći zid) mora biti dulja nego da je kut pravi. To je najdulja stranica trokuta. Zašto?</p> <p>Na kraju sata navesti odgovor na 1. pitanje:</p> $\sqrt{8^2 + 5^2 - 2 \cdot 8 \cdot 5 \cdot \cos 120^\circ} = \sqrt{129} \approx 11.36 \text{ m}$	<p><b>ZADATAK 1.</b></p> <p>Najveći je kut nasuprot najdulje stranice (<math>b = 8 \text{ cm}</math>). Traži se kut <math>\beta</math>. Prema kosinusovu poučku slijedi: <math>\cos \beta = -0.05</math>, tj. <math>\beta \approx 92,87^\circ</math> (ili <math>92^\circ 52'</math>).</p> <p><b>ZADATAK 2.</b></p> <p>Kosinusov poučak:</p> $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$ $c^2 = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \cos 60^\circ$ $c^2 = 49$ $c = 7 \text{ cm}$	<p>Traži se duljina spojne letve (stranica <math>c</math>).</p> $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$ $c^2 = 3^2 + 2^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \cos 100^\circ$ <p>Kut je tupi (<math>100^\circ</math>), zbog čega je kosinus negativan (<math>\cos 100^\circ \approx -0.1736</math>).</p> $c \approx 3.88 \text{ m}$
--	---	--

## RADNI LISTIĆ

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Razredni odjel: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

1. U trokutu je zadana stranica  $a = 10$  cm, kut nasuprot nje  $\alpha = 45^\circ$  i kut  $\beta = 60^\circ$ . Izračunaj duljinu stranice  $b$ .

---

2. Izračunaj polumjer ( $R$ ) opisane kružnice trokutu ako je stranica  $a = 14$  cm, a kut nasuprot nje  $\alpha = 30^\circ$ .

---

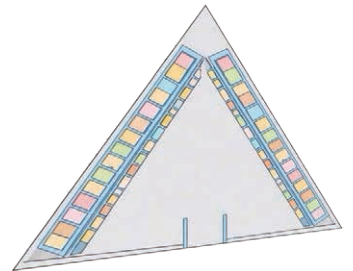
3. Zadane su stranice trokuta  $a = 4$  cm i  $b = 3$  cm te kut nasuprot stranice  $a$ ,  $\alpha = 65^\circ$ . Koliki je kut  $\beta$ ?

---

4. Marko i Ivan trebaju izolirati zidove skladišta. Znaju da je duljina ulaznog zida  $a = 3.4$  m, a kutovi iz njega  $\alpha = 65^\circ 44'$  i  $\beta = 60^\circ 44'$ .

a) Izračunaj duljine ostalih zidova koje Marko i Ivan ne mogu izravno izmjeriti.

b) Ako izolacijski materijal stoji 15 € po metru duljine zida, koliko će stajati materijal za ta dva nedostupna zida?




---



---

5. Ispred ulaza u „Kafić Sunce“ postavlja se zaštita od sunca u obliku trokuta. Osnovica ima duljinu 2 metra, a kutovi uz nju imaju mjeru  $\alpha = 53^\circ$  i  $\beta = 72^\circ$ .

Izračunaj opseg tog zaštitnog trokuta da saznaš koliko metara rubne vrpce treba naručiti?

---



---



Potraži u katalogu opreme za prodavaonice "trokutaste sustave za vješanje rasvjete" (truss sustavi). Oni su često u obliku trokuta kako bi bili stabilni. Izmjeri ili pronađi dimenzije jednog takvog sustava na internetu i provjeri jesu li stranice i kutovi u skladu sa sinusovim poučkom. Što misliš, zašto se u građevini i dizajnu češće upotrebljava trokut nego četverokut?

Zadatak	Rješenje	Broj bodova
1.	$b = 12.25 \text{ cm } (10 \cdot 0.866 : 0.707)$	2
2.	$R = 14 \text{ cm } (14 : (2 \cdot 0.5))$	2
3.	$\sin \beta = 0.68 (3 \cdot 0.906 : 4), \beta = 42^\circ 49'$	2
4.	a) $b = 3.85 \text{ m } (3.4 \cdot 0.9116 : 0.8042); c = 3.69 \text{ m } (3.4 \cdot 0.8724 : 0.8042)$ b) $113.10 \text{ € } ((3.85 + 3.69) \cdot 15)$	4
5.	$\gamma = 55^\circ; a = c \cdot \sin \alpha : \sin \gamma = 1.95 \text{ m}; b = c \cdot \sin \beta : \sin \gamma = 2.32 \text{ m};$ $o = 2 + 1.95 + 2.32 = 6.27 \text{ m}$	5
Ukupno		15

Bodovni prag	0 – 7 0 % – 49 %	8 – 9 50 % – 63 %	10 – 11 64 % – 76 %	12 – 13 77 % – 89 %	14 – 15 90 % – 100 %
Ocjena	nedovoljan (1)	dovoljan (2)	dobar (3)	vrlo dobar (4)	odličan (5)

#### RJEŠENJA ZADATAKA IZ UDŽBENIKA

<p>Nakon mjerenja Marko i Ivan imaju na raspolaganju duljinu stranice <math>a</math> (ulazni zid) te veličine kutova <math>\beta</math> i <math>\gamma</math> koji leže uz tu stranicu.</p> <p>Za primjenu Pitagorina poučka moramo imati pravokutan trokut i poznate duljine dviju stranica.</p> <p>Dulji će biti zid <math>b</math>, odnosno onaj koji se nalazi uz kut <math>\gamma</math> jer je je kut nasuprot njemu veći.</p> <p>Važno je na skici zorno pokazati da je stranica nasuprot kuta <math>\beta</math> zapravo zid koji dodiruje (leži uz) kut <math>\gamma</math>.</p>	<p><b>ZADATAK 1.</b></p> <p>Primjena sinusova poučka:</p> $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$ $b = \frac{10 \cdot \sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} \approx 12.25 \text{ cm}$	<p>Zadatak se odnosi na podatke iz uvodne priče i Primjera 1 (visina skladišta <math>v = 4 \text{ m}</math>).</p> <p><math>a = 340 \text{ cm} = 3.4 \text{ m}</math></p> <p><math>b = 325.4 \text{ cm} = 3.25 \text{ m}</math></p> <p><math>c = 300 \text{ cm} = 3.0 \text{ m}</math></p> <p><math>v = 4 \text{ m}</math> (visina skladišta)</p> <p>Traži se površina svih zidova radi toplinske izolacije. Ukupni opseg tlocrta skladišta:</p> <p><math>o = a + b + c = 9.65 \text{ m}</math></p> <p>Površina zidova:</p> <p><math>P = o \cdot v = 9.65 \cdot 4</math></p> <p><math>P = 38.6 \text{ m}^2</math></p>
---	--	--

# Trigonometrija – banka zadataka (1)

## I. Trigonometrija u pravokutnom trokutu

1. U pravokutnom trokutu zadana je hipotenuza  $c = 5$  i kut  $\alpha = 72^\circ$ . Izračunaj duljine obje katete ( $a$  i  $b$ ) zaokružene na dvije decimale.
2. Zadana je hipotenuza  $c = 3$  i kut  $\beta = 65^\circ$ . Izračunaj duljinu katete  $a$  te površinu tog trokuta.
3. U pravokutnom trokutu kateta  $b = 2$  zatvara s hipotenuzom kut od  $40^\circ$ . Izračunaj duljinu hipotenuze  $c$  i visinu na hipotenuzu  $v$ .
4. Izračunaj šiljaste kutove pravokutnog trokuta ako su mu zadane katete  $a = 400$  i  $b = 300$ .
5. U pravokutnom je trokutu hipotenuza  $c = 1$  km, a kut  $\alpha = 35^\circ$ . Izračunaj duljinu katete  $a$  izraženu u metrima.

## II. Primjena trigonometrije u planimetriji

6. Jednakokrani trokut: Osnovica je trokuta  $a = 10$ , a kut uz osnovicu iznosi  $30^\circ$ . Izračunaj visinu trokuta  $v$  i duljinu kraka  $b$ .
7. Romb: Zadana je stranica romba  $a = 30$  i visina  $v = 20$ . Izračunaj šiljasti kut romba  $\alpha$  te duljinu kraće dijagonale.
8. Trapez: U pravokutnom su trapezu osnovice  $a = 80$  i  $c = 50$ , a šiljasti kut iznosi  $70^\circ$ . Izračunaj visinu trapeza  $v$  i duljinu krakova.
9. Jednakokrani trokut: Krakovi su trokuta duljine 5, a kut koji zatvaraju iznosi  $55^\circ$ . Izračunaj duljinu osnovice i površinu trokuta.
10. Romb: Dijagonale su romba u omjeru  $e : f = 4 : 3$ . Ako je stranica romba  $a = 10$ , izračunaj sve unutarnje kutove romba.

## III. Kosinusov poučak

11. U trokutu su zadane stranice  $b = 5$ ,  $c = 8$  i kut  $\alpha = 60^\circ$ . Izračunaj duljinu treće stranice  $a$ .
12. Zadane su stranice trokuta  $a = 6$ ,  $c = 4$  i kut  $\beta = 120^\circ$ . Izračunaj stranicu  $b$  i površinu trokuta.
13. Izračunaj mjeru kuta  $\alpha$  u trokutu čije su stranice  $a = 7$ ,  $b = 5$  i  $c = 8$ .
14. Zadane su stranice  $a = 5$  i  $b = 4$  te kut  $\gamma = 110^\circ$ . Izračunaj duljinu stranice  $c$  i polumjer opisane kružnice  $R$ .
15. U trokutu su stranice  $a = 8$ ,  $b = 5$  i kut  $\gamma = 60^\circ$ . Izračunaj duljinu stranice  $c$ .

#### IV. Sinusov poučak

16. U trokutu je zadana stranica  $b = 10$ , kut  $\beta = 45^\circ$  i kut  $\alpha = 60^\circ$ . Izračunaj duljinu stranice  $a$ .
17. Zadana je stranica  $a = 7$ , kut  $\alpha = 40^\circ$  i kut  $\gamma = 80^\circ$ . Izračunaj duljinu stranicu  $c$  i mjeru kuta  $\beta$ .
18. Dijagonala duljine  $d = 12$  cm dijeli paralelogram na dva trokuta. Ako ta dijagonala sa stranicama paralelograma zatvara kutove od  $40^\circ$  i  $60^\circ$ , izračunaj duljine obiju stranica tog paralelograma.
19. Zadane su stranice trokuta  $a = 200$  i  $b = 300$  te kut  $\alpha = 40^\circ$ . Izračunaj mjeru kuta  $\beta$ . Pripazi na broj mogućih rješenja (tupi kut).
20. Izračunaj polumjer opisane kružnice  $R$  trokutu ako je stranica  $a = 10$ , a kutovi uz nju su  $50^\circ$  i  $70^\circ$ .

#### Rješenja zadataka

Tema	Zadatak	Točno rješenje (rezultat)	Bodovi
I. Pravokutni trokut	1.	$a \approx 4.76; b \approx 1.55$	2
	2.	$a \approx 1.27; P \approx 1.72$	3
	3.	$c \approx 2.61; v \approx 1.27$	3
	4.	$\alpha \approx 53.13^\circ; \beta \approx 36.87^\circ$	2
	5.	$a \approx 573.58$ m	2
II. Planimetrija	6.	$v \approx 2.89; b \approx 5.77$	3
	7.	$\alpha \approx 41.81^\circ; d \approx 21.41$	4
	8.	$v =$ okomiti krak $\approx 82.42$ ; kosi krak $\approx 87.71$	5
	9.	$a \approx 4.62; P \approx 10.24$	4
	10.	$\alpha \approx 73.74^\circ; \beta \approx 106.26^\circ$	5
III. Kosinusov poučak	11.	$a = 7$	3
	12.	$b \approx 8.72; P \approx 10.39$	4
	13.	$\alpha = 60^\circ$	4
	14.	$c \approx 7.39; R \approx 3.93$	5
	15.	$c^2 = 8^2 + 5^2 - 2 \cdot 8 \cdot 5 \cdot \cos 60^\circ, c = 7$	5
IV. Sinusov poučak	16.	$a \approx 12.25$	3
	17.	$c \approx 10.72; \beta = 60^\circ$	4
	18.	$a \approx 10.55$ cm, $b \approx 7.83$ cm	4
	19.	$\sin \beta \approx 0.964; \beta_1 = 74.62^\circ, \beta_2 = 105.38^\circ$	5
	20.	$\alpha = 60^\circ; R = a : \sin \alpha \approx 5.77$	5

# Trigonometrija – banka zadataka (2)

## I. Trigonometrija u pravokutnom trokutu

1. Za istovar robe iz kamiona koristi se kosa rampa duljine 5 metara. Rampa je prislonjena na utovarni prostor kamiona pod kutom od  $15^\circ$  u odnosu na tlo. Na kojoj se visini (u metrima) nalazi utovarni prostor kamiona?
2. Izlog prodavaonice pravokutnog je oblika. Dijagonala stakla dugačka je 3 metra i zatvara kut od  $25^\circ$  s donjim rubom izloga. Izračunaj širinu (vodoravnu stranicu) tog izloga.
3. Na stražnju stranu regala visine 2 metra treba dijagonalno postaviti letvu pod kutom od  $40^\circ$  u odnosu na vertikalni stup regala. Koliko dugačka mora biti ta letva?
4. S vrha tornja visokog 35 metara spasilac uočava čamac pod kutom od  $3^\circ$  u odnosu na horizontalu. Koliko je čamac udaljen od podnožja tornja (u metrima)?
5. Iznad ulaza u prodavaonicu montirana je vodoravna (horizontalna) tenda koja se pruža 3 metra od zida zgrade. Kako bi bila stabilna, s donje je strane poduprta kosom metalnom šipkom koja sa zidom zgrade zatvara kut od  $40^\circ$ . Koliko dugačka mora biti ta kosa šipka?

## II. Primjena trigonometrija u planimetriji

6. Krov prodavaonice napravljen je u obliku jednakokravnog trokuta. Širina zgrade na dnu krova iznosi 10 metara, a krov se s obje strane penje prema sredini pod kutom od  $30^\circ$ . Izračunaj visinu krova u njegovoj najvišoj točki.
7. Stalak za kataloge u obliku slova „A“ ima krakove duljine 1.5 metar. Ako su krakovi otvoreni pod kutom od  $50^\circ$  na vrhu, koliki je razmak između nogu stalka na podu?
8. Bočna stranica police ima oblik pravokutnog trapeza. Donja je širina 80 cm, gornja 50 cm, a kosi je rub pod kutom od  $70^\circ$  u odnosu na pod. Kolika je visina te police?
9. Silva lijepi naljepnice u obliku romba stranice 30 cm. Visina naljepnice mora biti točno 20 cm. Pod kojim kutom Silva mora rezati stranice romba?
10. Presjek je šatora jednakokrani trokut s krakovima od 5 metara koji s osnovicom zatvaraju kut od  $55^\circ$ . Izračunaj visinu šatora i njegovu širinu na tlu.

## III. Kosinusov poučak

11. U skladištu se spajaju dva regala duljine 5 m i 4 m pod kutom od  $110^\circ$ . Voditelj želi povezati njihove krajeve lancem radi sigurnosti. Koliko dugačak lanac treba pripremiti?
12. Dva izložbena stola (3.5 m i 2.5 m) spajaju se pod kutom od  $80^\circ$  tvoreći slovo „V“. Kolika je udaljenost između najudaljenijih vrhova tih stolova?
13. Kupac kupuje materijal za trokutasti okvir. Ima dvije grede duljine 6 m i 4 m koje spaja pod kutom od  $45^\circ$ . Koliko dugačku treću gredu mora kupiti da zatvori okvir?

14. Nadzorna kamera u prodavaonici postavljena je na zid na visinu od 3 metra. Prvu blagajnu snima pod kutom od  $50^\circ$  u odnosu na zid. Drugu blagajnu, koja je bliže zidu, snima pod kutom od  $30^\circ$  u odnosu na isti taj zid. Izračunaj udaljenost između tih dviju blagajni.
15. Dva tornja A i B udaljena su 200 m. Spasilac iz tornja A vidi plivača pod kutom od  $40^\circ$ , a spasilac iz tornja B pod kutom od  $105^\circ$  u odnosu na obalu. Izračunaj udaljenost plivača od tornja A.

#### IV. Sinusov poučak

16. U trokutastom reklamnom jedru zadana je stranica  $b = 10$  m, kut nasuprot nje je  $45^\circ$ , a kut  $\alpha$  je  $60^\circ$ . Izračunaj duljinu stranice  $a$  tog jedra.
17. Na staklu je trokutasti motiv stranice  $a = 7$  cm, s kutovima  $\alpha = 40^\circ$  i  $\gamma = 80^\circ$ . Izračunaj duljinu stranice  $c$ .
18. U trokutastom su logotipu stranice  $a = 6$  i  $b = 4$ , a kut  $\alpha$  iznosi  $70^\circ$ . Izračunaj kut  $\beta$  nasuprot stranice  $b$ .
19. Trokutasti stalak visi na sajlama. Poznati su kutovi  $\alpha = 50^\circ$  i  $\beta = 70^\circ$ , a stranica  $c$  iznosi 8 metara. Izračunaj duljinu stranice  $a$ .
20. Na temelju podataka iz zadatka 15 (tornjevi A i B udaljeni 200 m, kutovi  $40^\circ$  i  $105^\circ$ ), izračunaj koliko je plivač udaljen od drugog tornja B.

#### Rješenja zadataka

Tema	Zadatak	Točan rezultat (približno)	Bodovi
<b>I. Pravokutni trokut</b>	1.	visina $\approx 1.29$ m	3
	2.	širina $\approx 2.72$ m	2
	3.	duljina letve (hipotenuza) $\approx 2.61$ m	2
	4.	udaljenost $\approx 667.84$ m	3
	5.	duljina šipke $\approx 4.67$ m	5
<b>II. Planimetrija</b>	6.	visina $\approx 2.89$ m	3
	7.	razmak $\approx 1.27$ m	4
	8.	visina $\approx 82.42$ cm	4
	9.	kut $\approx 41.81^\circ$	4
	10.	visina $\approx 4.10$ m; širina $\approx 5.74$ m	5
<b>III. Kosinusov poučak</b>	11.	duljina lanca $\approx 7.39$ m	4
	12.	udaljenost $\approx 3.93$ m	4
	13.	duljina treće grede $\approx 4.25$ m	4
	14.	udaljenost $\approx 1.84$ m	5
	15.	udaljenost od tornja A $\approx 346.4$ m	5
<b>IV. Sinusov poučak</b>	16.	stranica $a \approx 12.25$ m	3
	17.	stranica $c \approx 10.72$ cm	4
	18.	kut $\beta \approx 38.79^\circ$	4
	19.	stranica $a \approx 7.08$ m	4
	20.	udaljenost od tornja B $\approx 224.12$ m	5

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Razredni odjel: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

1. Pretvori mjerne jedinice za površinu i obujam:

a)  $5 \text{ m}^2 =$  \_\_\_\_\_  $\text{dm}^2$     b)  $2 \text{ m}^3 =$  \_\_\_\_\_  $\text{dm}^3$  (litara)    c)  $1\,500 \text{ cm}^3 =$  \_\_\_\_\_  $\text{dm}^3$

2. Promotri tijelo u obliku kocke. Navedi koliko to tijelo ima:

a) ploha: \_\_\_\_\_    b) bridova: \_\_\_\_\_    c) vrhova: \_\_\_\_\_

3. Marko slaže veliku kocku od malih drvenih kockica. Donji red je dugačak 4 kockice i širok 4 kockice.



a) Koliko kockica treba biti u donjem sloju? Koliko ih nedostaje?

b) Koliko ukupno kockica treba Marku ako želi složiti kocku koja ima 4 takva sloja u visinu?

---



---

4. Zamisli da radiš u skladištu broda. Trebaš spakirati krhke predmete za transport. Imaš dvije opcije: kutije u obliku kugle i kutije u obliku kvadra.



a) Koju je kutiju lakše složiti jednu na drugu u skladištu? Zašto?

b) Koja bi se kutija stalno kotrljala ako brod naglo zakoči?

---



---

5. Prodaješ maslinovo ulje u kantama. Na jednoj kanti piše da joj je obujam  $5 \text{ dm}^3$ .



**5 dm<sup>3</sup>**

a) Koliko litara ulja stane u tu kantu?

b) Ako kanta ima oblik kocke čiji je brid 10 cm, koliki je njezin obujam u kubičnim centimetrima?

---



---

Zadatak	Rješenje	Broj bodova
1.	a) $500 \text{ dm}^2$ ; b) $2\,000 \text{ dm}^3$ ; c) $1.5 \text{ dm}^3$	2
2.	a) 6 ploha; b) 12 bridova; c) 8 vrhova	2
3.	a) 16 kockica, nedostaje 4 kockice; b) 64 kockice ( $4 \cdot 4 \cdot 4$ )	3
4.	a) kvadar (zbog stabilnosti ravnih ploha); b) kugla	3
5.	a) 5 litara; b) $1\,000 \text{ cm}^3$ ( $10 \cdot 10 \cdot 10$ )	5
Ukupno		15

Bodovni prag	0 – 7 0 % – 49 %	8 – 9 50 % – 63 %	10 – 11 64 % – 76 %	12 – 13 77 % – 89 %	14 – 15 90 % – 100 %
Ocjena	nedovoljan (1)	dovoljan (2)	dobar (3)	vrlo dobar (4)	odličan (5)

#### RJEŠENJA ZADATAKA IZ UDŽBENIKA

<p>1. Kutiju u obliku kvadra. Plohe kvadra su ravne pa kutije čvrsto i stabilno naliježu jedna na drugu bez klizanja i gubljenja prostora.</p> <p>2. Kutija u obliku kugle.</p> <p>3. Kutija u obliku kvadra ima vrhove i bridove, a kutija u obliku kugle potpuno je obla.</p>	<p><b>ZADATAK 1.</b></p> <p>1. 9 kockica (<math>3 \cdot 3</math>)</p> <p>2. 3 sloja jer je kocka jednako dugačka, široka i visoka</p> <p>3. 27 kockica (<math>9 \cdot 3</math> ili <math>3 \cdot 3 \cdot 3</math>)</p>	<p>Primjeri proizvoda koje učenici mogu izdvojiti</p> <p><b>Kvadar:</b> kutija čaja, kutija s kek-sima, tetrapak mlijeka.</p> <p><b>Valjak:</b> limenka soka, konzervirana hrana (npr. tunjevina), staklenka džema.</p> <p><b>Kugla:</b> okrugli bomboni, naranča, lubenica.</p> <p>Od svih geometrijskih tijela koja imaju isti obujam, kugla ima najmanje oplošje (površinu).</p> <p>Promjena oblika kugle: Ako proizvod u obliku kugle promijeni oblik u kvadar ili valjak (uz isti obujam), oplošje se povećava (trebalo bi više papira za zamatanje).</p> <p>Promjena oblika kvadra ili valjka: Ako izduženi kvadar ili valjak promijene oblik tako da postanu sličniji kocki ili kugli, oplošje se smanji. Ako postanu još tanji i izduženiji, oplošje se povećava.</p>
---	--	---

## RADNI LISTIĆ

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Razredni odjel: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

1. Izračunaj gustoću ( $\rho$ ) mljevene kave ako njezina masa od 200 g zauzima obujam od 500 cm<sup>3</sup>.

\_\_\_\_\_

2. Na polici se nalazi posuda s 2 litre meda. Ako je gustoća meda  $\rho = 1.42 \text{ kg/dm}^3$  (kg/L), izračunaj kolika je masa ( $m$ ) tog meda u kilogramima.

\_\_\_\_\_

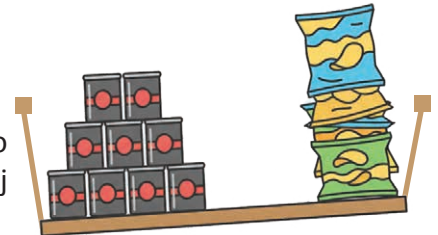
3. U pekaru je stiglo 110 kg pšeničnog brašna gustoće  $\rho = 0.55 \text{ kg/dm}^3$ . Koliki će obujam ( $V$ ) u litrama to brašno zauzeti u skladištu?

\_\_\_\_\_

4. Prodavač slaže robu na policu čija je maksimalna nosivost 20 kg.

a) Može li prodavač na tu policu staviti 10 kanistara motornog ulja ako svaki kanistar ima 2 litre, a gustoća ulja je  $0.92 \text{ kg/dm}^3$ ? (Prvo izračunaj ukupnu masu ulja).

b) Što bi se dogodilo s policom da umjesto ulja stavi 10 kanistara istog obujma (2 L) napunjenih medom ( $\rho = 1.42 \text{ kg/dm}^3$ )?



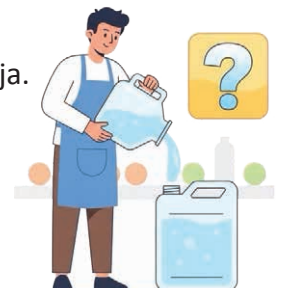
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

5. Kupac je donio prazan kanistar od 5 litara i traži da mu natočiš točno 5 kilograma ulja.

a) Pomoću gustoće suncokretovog ulja ( $\rho = 0.92 \text{ kg/dm}^3$ ) izračunaj koliki obujam zauzima tih 5 kg ulja.

b) Hoće li 5 kg ulja stati u kanistar od 5 litara ili će se prelići? Objasni zašto.



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

U prodavaonici usporedi pakiranje od 1 kg morske soli i 1 kg oštrog brašna. Iako imaju istu masu (1 kg), zapiši koji je paket vidljivo veći. Objasni zašto je to tako i kako ta razlika utječe na planiranje prostora na polici.

Zadatak	Rješenje	Broj bodova
1.	$\rho = 0.4 \text{ g/cm}^3 = 0.4 \text{ kg/dm}^3 = 400 \text{ kg/m}^3$	2
2.	$m = 2.84 \text{ kg}$	2
3.	$V = 200 \text{ litara}$	2
4.	a) $m = 18.4 \text{ kg} < 20 \text{ kg}$ (može); b) $m = 28.4 \text{ kg} > 20 \text{ kg}$ (preopterećena)	4
5.	a) $V = 5.43 \text{ L}$ b) Neće stati, ulje će se preliti.	5
Ukupno		15

Bodovni prag	0 – 7 0 % – 49 %	8 – 9 50 % – 63 %	10 – 11 64 % – 76 %	12 – 13 77 % – 89 %	14 – 15 90 % – 100 %
Ocjena	nedovoljan (1)	dovoljan (2)	dobar (3)	vrlo dobar (4)	odličan (5)

#### RJEŠENJA ZADATAKA IZ UDŽBENIKA

<p>1. Obujmi tekućina jednaki su. To zaključujemo po oznakama (skali) na posudama koje pokazuju da je tekućina ulivena do iste razine u obje mjerne posude.</p> <p>2. Mase tekućina nisu jednake; plava tekućina ima veću masu od narančaste. To zaključujemo po položaju vage – desna je strana vage (na kojoj se nalazi plava tekućina) spuštена je (prevagnula je), što znači da taj krak ima veću masu.</p> <p>3. To je tako zato što tekućine imaju različitu gustoću. Plava tekućina ima veću gustoću od narančaste tekućine, pa pri istom obujmu ima veću masu.</p>	<p><b>ZADATAK 1.</b></p> <p><math>1.2 \text{ g/cm}^3</math></p> <p>Dobro je učenike naučiti da su mjerne jedinice <math>\text{kg/dm}^3</math> i <math>\text{g/cm}^3</math> brojčano ekvivalentne, što omogućuje brzu provjeru.</p> <p><b>ZADATAK 2.</b></p> <p>18.2 kg</p> <p>Zadatak je idealiziran jer zanemaruje masu ambalaže (boca ili kanistara) koja u stvarnom životu dodatno opterećuje policu.</p> <p><b>ZADATAK 3.</b></p> <p>1 000 L</p> <p>Ovo je izvrsna prilika za raspravu o tome kako obujam u praksi može varirati ovisno o tome koliko je brašno sabijeno.</p>	<p>1. Pakiranje brašna veće je jer brašno ima manju gustoću od soli. Budući da je gustoća omjer mase i volumena, tvari s manjom gustoćom trebaju veći obujam (prostor) za istu masu od 1 kg.</p> <p>2. Gustoća ulja manja je od gustoće vode. Zbog toga 5 kg ulja zauzima veći obujam od 5 kg vode, što premašuje kapacitet kante.</p> <p>Istaknite da manja gustoća pri istoj masi uvijek znači veći obujam.</p>
--	---	---

## RADNI LISTIĆ

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Razredni odjel: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

1. Površina baze neke prizme iznosi  $B = 45 \text{ cm}^2$ , a njezina je visina  $v = 10 \text{ cm}$ . Izračunaj obujam ( $V$ ) te prizme.

---

2. Izračunaj oplošje ( $O$ ) prizme ako je površina njezine baze  $B = 25 \text{ cm}^2$ , a površina pobočja  $P = 150 \text{ cm}^2$ .

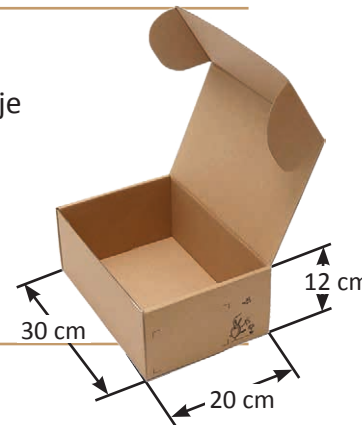
---

3. Pravilna četverostrana prizma ima osnovni brid  $a = 6 \text{ cm}$  i visinu  $v = 10 \text{ cm}$ . Izračunaj površinu pobočja ( $P$ ) te prizme. (Pomoć: Pobočje čine 4 pravokutnika stranica  $a$  i  $v$ ).

---

4. U skladište je stigla pošiljka sportske obuće. Svaka kutija je u obliku prizme kojoj je baza pravokutnik stranica  $30 \text{ cm}$  i  $20 \text{ cm}$ , a visina kutije je  $12 \text{ cm}$ .

- a) Koliki je obujam ( $V$ ) jedne takve kutije za cipele?  
b) Koliko bi prostora u skladištu zauzelo 10 takvih kutija?



5. Prodavač pakira luksuznu čokoladu u kutiju oblika trostrane prizme. Baza je trokut površine  $B = 7 \text{ cm}^2$ , a duljina je kutije (visina prizme)  $v = 20 \text{ cm}$ .

- a) Koliki je volumen ( $V$ ) te kutije?  
b) Ako prodavač želi cijelu kutiju omotati ukrasnim papirom, a površina pobočja  $P$  iznosi  $240 \text{ cm}^2$ , koliko mu ukupno papira treba (oplošje  $O$ )?




---



---

Pronađi u prodavaonici barem dva proizvoda koji nisu u obliku kvadra, ali su i dalje prizme (npr. čokolada, šesterokutne olovke ili kutije za čaj). Izmjeri njihovu visinu i bazu. Razmisli i napiši: zašto proizvođači ponekad biraju trokutaste ili šesterokutne baze umjesto običnih pravokutnih?

Zadatak	Rješenje	Broj bodova
1.	$V = 450 \text{ cm}^3$	2
2.	$O = 200 \text{ cm}^2 (2 \cdot 25 + 150)$	2
3.	$P = 240 \text{ cm}^2 (4 \cdot 6 \cdot 10)$	2
4.	a) $V = 7\,200 \text{ cm}^3$ ; b) 72 litre (72 000 : 1 000)	4
5.	a) $V = 140 \text{ cm}^3$ ; b) $O = 254 \text{ cm}^2 (14 + 240)$	5
Ukupno		15

Bodovni prag	0 – 7 0 % – 49 %	8 – 9 50 % – 63 %	10 – 11 64 % – 76 %	12 – 13 77 % – 89 %	14 – 15 90 % – 100 %
Ocjena	nedovoljan (1)	dovoljan (2)	dobar (3)	vrlo dobar (4)	odličan (5)

### RJEŠENJA ZADATAKA IZ UDŽBENIKA

<p>Svi navedeni predmeti imaju dva identična (sukladna) i paralelna poklopca/dna (baze), a bočne strane (zidovi) su im ravne plohe u obliku pravokutnika. Svi ti predmeti imaju oblik prizme.</p> <p>Ako kutiju prerežeš vodoravno bilo gdje po sredini, novi će presjek sukladan dnu. Svaki vodoravni presjek (paralelan s bazom) bit će potpuno jednak (sukladan) dnu kutije jer se njezina širina i duljina ne mijenjaju duž visine.</p> <p>Ako su zidovi nebodera zakrivljeni, to nije prizma. Zidovi (bočne plohe) prizme moraju biti ravne plohe (pravokutnici).</p> <p>Ako neboder u bazi (tlocrtu) ima peterokut, treba mu sagraditi 5 bočnih ploha (zidova okomitih na bazu) da se spoji „poklopac“ i „dno“.</p>	<p><b>ZADATAK 1.</b></p> $V = 100 \cdot 4 = 400 \text{ cm}^3$	<p>1. <math>P_1 = P : 3 = 144 : 3 = 48 \text{ cm}^2</math></p> <p>2. <math>P_1 = a \cdot v \Rightarrow 48 = a \cdot (3 \cdot a) \Rightarrow a^2 = 48 : 3 = 16 \Rightarrow a = 4 \text{ cm}</math></p> <p><math>v = 3 \cdot 4 = 12 \text{ cm}</math></p> <p>3. Upute za crtanje mreže: Mreža se sastoji od tri spojena pravokutnika širine 4 cm i visine 12 cm. Na gornji i donji rub središnjeg pravokutnika dodaju se dva jednakostranična trokuta sa stranicama duljine 4 cm.</p> <p>4. <math>B = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \approx (16 \cdot 1.73) : 4</math></p> <p><math>B \approx 6.92 \text{ cm}^2</math></p> <p><math>V = B \cdot v \approx 6.92 \cdot 12 = 83.04 \text{ cm}^3</math></p> <p><math>83.04 \text{ cm}^3 = 83.04 \text{ mL} &lt; 100 \text{ mL}</math>.</p> <p>U prizmu bi stalo manje od 100 mL vode.</p>
<p><b>ZADATAK 2.</b></p> $O = 2 \cdot 10 + 60 = 80 \text{ cm}^2$	<p><b>ZADATAK 3.</b></p> $P = 5 \cdot 2 = 10 \text{ m}^2$	
<p><b>ZADATAK 4.</b></p> $O = 2 \cdot 8 + 8 = 24 \text{ dm}^2$	<p><b>ZADATAK 5.</b></p> $P = 4 \cdot (a \cdot v) = 4 \cdot (5 \cdot 6) = 120 \text{ cm}^2$	
<p><b>ZADATAK 6.</b></p> $P_1 = a \cdot v = 5 \cdot 5 = 25 \text{ cm}^2$ $n = P : P_1 = 75 : 25 = 3$ <p>Riječ je o trostranoj prizmi.</p>	<p><b>ZADATAK 7.</b></p> $B = a \cdot b = 3 \cdot 5 = 15 \text{ cm}^2$ $P = 2 \cdot (a + b) \cdot v = 2 \cdot (3 + 5) \cdot 10$ $P = 160 \text{ cm}^2$ $O = 2B + P = 2 \cdot 15 + 160 = 190 \text{ cm}^2$ $V = B \cdot v = 15 \cdot 10 = 150 \text{ cm}^3$	

Ime i prezime: \_\_\_\_\_  
 Razredni odjel: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

1. Izračunaj obujam ( $V$ ) kocke čiji je osnovni brid duljine  $a = 8$  cm.

---

2. Izračunaj oplošje ( $O$ ) kocke ako je duljina njezina brida  $a = 4$  cm.

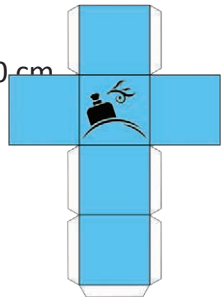
---

3. Ako je obujam kocke  $V = 125$  cm<sup>3</sup>, izračunaj duljinu njezina brida ( $a$ ).

---

4. Prodavaonica kozmetike naručuje nove kutije za muški parfem u obliku kocke brida  $a = 10$  cm.

- a) Kolika je površina kartona potrebna za izradu jedne takve kutije bez preklopa?  
 b) Ako se logotip tiska na svih 6 ploha kocke, a cijena tiska po jednoj plohi iznosi 0.20 €, kolika je ukupna cijena tiska za jednu kutiju?




---



---

5. U prodavaonicu mješovite robe stigao je spremnik za rinfuznu sol u obliku kocke brida  $a = 20$  cm.

- a) Koliki je obujam ( $V$ ) tog spremnika u kubičnim centimetrima?  
 b) Koliko litara soli stane u taj spremnik?




---



---

Uzmi list papira i nacrtaj mrežu kocke koja se razlikuje od one najčešće u obliku križa. Izreži svoju mrežu i pokušaj je presaviti. Jesi li dobio savršenu kocku ili su se neke plohe preklopile?

Zadatak	Rješenje	Broj bodova
1.	$V = 512 \text{ cm}^3$	2
2.	$O = 96 \text{ cm}^2 (6 \cdot 16)$	2
3.	$a = 5 \text{ cm}$	2
4.	a) $O = 600 \text{ cm}^2$ ; b) 1.20 € ( $6 \cdot 0.20$ )	4
5.	a) $V = 8\,000 \text{ cm}^3$ ; b) 8 litara	5
Ukupno		15

Bodovni prag	0 – 7 0 % – 49 %	8 – 9 50 % – 63 %	10 – 11 64 % – 76 %	12 – 13 77 % – 89 %	14 – 15 90 % – 100 %
Ocjena	nedovoljan (1)	dovoljan (2)	dobar (3)	vrlo dobar (4)	odličan (5)

#### RJEŠENJA ZADATAKA IZ UDŽBENIKA

<p>1. Kocka ima 6 ravnih ploha (strana). Da, sve su te plohe potpuno jednake (svaka je strana je kvadrat istih dimenzija).</p> <p>2. Kocka ima 8 vrhova (4 gornja i 4 donja).</p> <p>3. Kocka ima 12 bridova (4 gornja, 4 donja i 4 uspravna bočna).</p> <p>7. Da, svi će otisci biti potpuno identični jer su sve plohe kocke sukladni (jednaki) kvadrati.</p> <p>8. Ako produžimo samo jedan brid, sve plohe više neće biti jednake (neki kvadrati postat će pravokutnici). Ne, to više nije kocka, već kvadar.</p>	<p><b>ZADATAK 1.</b></p> $O = 6 \cdot a^2 = 6 \cdot 5^2 = 150 \text{ cm}^2$ $V = a^3 = 125 \text{ cm}^3$	<p>1. Ne može. Ako se 4 kvadrata spoje u veći kvadrat dimenzija <math>2 \times 2</math>, pri savijanju papira ti kvadrati će se preklopiti.</p> <p>2. Ne može. Kocka ima 4 bočne strane u jednom nizu (omotač). Ako u nizu imamo 5 kvadrata, peti kvadrat će se pri savijanju potpuno preklopiti preko prvog kvadrata, dok će s druge strane jedna ploha kocke ostati otvorena (rupa).</p> <p>3. Svaka od 11 mreža sastoji se od 6 jednakih kvadrata, pa je njihova površina uvijek jednaka umnošku površine jednog kvadrata i broja 6 (<math>O = 6 \cdot a^2</math>).</p>
---	--	--

## RADNI LISTIĆ

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Razredni odjel: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

1. Izračunaj obujam ( $V$ ) kutije u obliku kvadra ako su njezini bridovi dugački:  $a = 10$  cm,  $b = 5$  cm i  $c = 2$  cm.

\_\_\_\_\_

2. Izračunaj oplošje ( $O$ ) kvadra čiji su bridovi  $a = 4$  cm,  $b = 3$  cm i  $c = 10$  cm.

\_\_\_\_\_

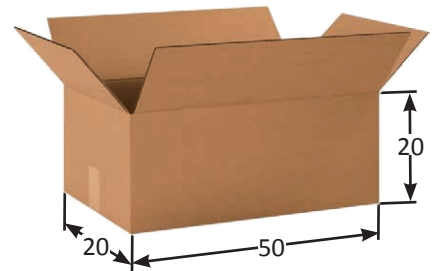
3. Ako je obujam kvadra  $V = 240$  cm<sup>3</sup>, a duljine su bridova baze  $a = 6$  cm i  $b = 4$  cm, izračunaj visinu ( $c$ ) tog kvadra.

\_\_\_\_\_

4. U internetskoj trgovini pakirate narudžbu u kutiju dimenzija 50 cm x 20 cm x 20 cm.

a) Kolika je površina kartona ( $O$ ) potrebna za izradu jedne takve kutije (zanemari preklope)?

b) Koliki je obujam ( $V$ ) te kutije u kubičnim centimetrima?



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

5. U kutku za kupce nalazi se akvarij. Površina baze akvarija iznosi  $B = 800$  cm<sup>2</sup>, a visina mu je  $c = 25$  cm.

a) Izračunaj obujam akvarija u cm<sup>3</sup>.

b) Koliko litara vode stane u taj akvarij?



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Pronađi kod kuće jednu kutiju od čaja, keksa ili cipela. Izmjeri njezine bridove (duljinu, širinu i visinu). Izračunaj njezino oplošje i obujam. Zatim razmisli: bi li u tu istu kutiju stalo više proizvoda da su oni u obliku kugle ili u obliku malih kvadara? Objasni zašto.

Zadatak	Rješenje	Broj bodova
1.	$V = 100 \text{ cm}^3 (10 \cdot 5 \cdot 2)$	2
2.	$O = 164 \text{ cm}^2 (2 \cdot (12 + 40 + 30))$	2
3.	$c = 10 \text{ cm} (240 : 24)$	2
4.	a) $O = 4\,800 \text{ cm}^2$ ; b) $V = 20\,000 \text{ cm}^3$	4
5.	a) $V = 20\,000 \text{ cm}^3$ ; b) 20 litara	5
Ukupno		15

Bodovni prag	0 – 7 0 % – 49 %	8 – 9 50 % – 63 %	10 – 11 64 % – 76 %	12 – 13 77 % – 89 %	14 – 15 90 % – 100 %
Ocjena	nedovoljan (1)	dovoljan (2)	dobar (3)	vrlo dobar (4)	odličan (5)

#### RJEŠENJA ZADATAKA IZ UDŽBENIKA

<p>1. a) I kocka i kvadar imaju jednak broj elemenata: 8 vrhova, 12 bridova i 6 ploha (strana).</p> <p>b) Različit je oblik ploha. Plohe kvadra su pravokutnici (od kojih neki mogu biti i kvadrati), ali nisu svi međusobno jednaki kao kod kocke.</p> <p>2. a) Da, postoji još jedna strana koja je jednaka prednjoj strani. Ona se nalazi nasuprot njoj (to je stražnja strana).</p> <p>b) Kvadar ima 3 para jednakih pravokutnika (prednja i stražnja strana, lijeva i desna strana te gornja i donja strana).</p> <p>3. a) Kod kvadra se moraju izmjeriti 3 različite duljine bridova.</p> <p>c) Kada se kvadar okrene i položi na drugu plohu, bridovi mijenjaju svoje uloge – ono što je bila visina sada može postati duljina ili širina.</p>	<p><b>ZADATAK 1.</b></p> <p>Ključni korak u zadatku je svođenje svih triju duljina bridova na istu mjernu jedinicu. Učenici mogu zadatak riješiti u decimetrima (<math>a = 2 \text{ dm}</math>, <math>b = 3 \text{ dm}</math>, <math>c = 4 \text{ dm}</math>) ili centrimetrima.</p> <p><math>O = 2 \cdot (20 \cdot 30 + 20 \cdot 40 + 30 \cdot 40)</math>  <math>O = 5\,200 \text{ cm}^2</math></p> <p><math>V = 20 \cdot 30 \cdot 40 = 24\,000 \text{ cm}^3</math></p>	
---	--	--

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Razredni odjel: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

1. Izračunaj obujam ( $V$ ) piramide ako je površina njezine baze  $B = 30 \text{ cm}^2$ , a visina  $v = 12 \text{ cm}$ .

---

2. Izračunaj oplošje ( $O$ ) piramide ako je površina baze  $B = 16 \text{ cm}^2$ , a površina cijelog pobočja  $P = 44 \text{ cm}^2$ .

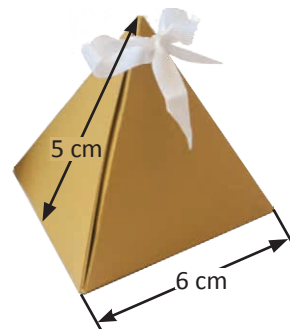
---

3. Pravilna četverostrana (kvadratna) piramida ima osnovni brid  $a = 6 \text{ cm}$  i visinu pobočke (visinu trokuta sa strane)  $v_1 = 10 \text{ cm}$ . Izračunaj površinu pobočja  $P$ .

---

4. Za novu kolekciju nakita prodavaonica naručuje kutijice u obliku piramide.

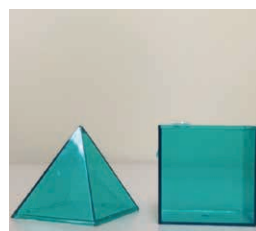
- a) Koliko je kvadratnih centimetara ukrasnog kartona (oplošje  $O$ ) potrebno za izradu jedne takve kutijice bez preklopa?  
 b) Ako prodavač želi rubove baze ukasiti zlatnom niti, koliko će niti potrošiti za jednu kutijicu?




---

5. Jedna posuda ima oblik pravilne četverostrane piramide, a druga oblik uspravne prizme. Obje posude imaju jednake kvadratne baze stranice  $a = 10 \text{ cm}$  i jednake visine  $v = 9 \text{ cm}$ .

- a) Izračunaj obujam ( $V$ ) piramidalne posude.  
 b) Ako se tekućina iz do vrha napunjene piramide prelijeva u praznu prizmu, koliko je ukupno takvih punih piramida potrebno preliti da bi se prizma potpuno napunila tekućinom?  
 c) Dokaži to računom.



Kod kuće pronađi (ili izradi od papira) jednu prizmu (npr. kutiju od čaja) i jednu piramidu koja ima potpuno istu bazu i istu visinu kao ta kutija. Napuni piramidu do vrha rižom ili pijeskom i presipaj u kutiju. Zapiši koliko je puta bilo potrebno napuniti piramidu da bi kutija bila skroz puna. Poklapa li se tvoj rezultat s formulom?

Zadatak	Rješenje	Broj bodova
1.	$V = 120 \text{ cm}^3 ((30 \cdot 12) : 3)$	2
2.	$O = 60 \text{ cm}^2 (16 + 44)$	2
3.	$P = 120 \text{ cm}^2 (2 \cdot 6 \cdot 10)$	2
4.	a) $O = 96 \text{ cm}^2 (36 + 60)$ ; b) $24 \text{ cm} (4 \cdot 6)$	3
5.	a) $V_{\text{piramide}} = 300 \text{ cm}^3 ((100 \cdot 9) : 3)$ ; b) 3 piramide; c) $V_{\text{prizme}} = 100 \cdot 9 = 900 \text{ cm}^3 = 3 \cdot V_{\text{piramide}}$	6
Ukupno		15

Bodovni prag	0 – 7 0% – 49%	8 – 9 50% – 63%	10 – 11 64% – 76%	12 – 13 77% – 89%	14 – 15 90% – 100%
Ocjena	nedovoljan (1)	dovoljan (2)	dobar (3)	vrlo dobar (4)	odličan (5)

### RJEŠENJA ZADATAKA IZ UDŽBENIKA

Kad se voda prelije treći put, šuplja prizma će se potpuno napuniti do vrha, a piramidalna posuda će ostati prazna.

Zaključak: Obujam piramide iznosi jednu trećinu obujma prizme koja ima jednaku bazu i jednaku visinu kao ta piramida. Drugim riječima, obujam prizme tri puta je veći od obujma pripadajuće piramide.

#### PITANJE 1.

Peterostranu piramidu omeđuje ukupno 6 ploha. Među njima je 5 pobočaka (bočnih strana koje su trokuti) i 1 baza (baza je peterokut).

#### PITANJE 2.

Pravilna trostrana piramida ima ukupno 6 bridova. Sukladni bridovi su podijeljeni u dvije skupine:

Sva 3 osnovna brida u bazi međusobno su sukladna (jer je baza jednakostraničan trokut).

Sva 3 pobočna brida također su međusobno sukladna (jer je piramida pravilna).

#### PITANJE 3.

Piramida kojoj je baza pravokutnik ima 4 osnovna brida i 4 pobočna brida (ukupno 8 bridova).

Kod osnovnih bridova, sukladni su nasuprotni bridovi baze u parovima (kao stranice pravokutnika: dvije duljine  $a$  i dvije širine  $b$ ).

Sva 4 pobočna brida međusobno su sukladna ako se vrh nalazi točno iznad središta pravokutne baze.

#### PITANJE 4.

Kvadratnu piramidu omeđuje ukupno 5 ploha. To je 1 kvadrat (koji čini bazu piramide) i 4 trokuta (koji čine njezino pobočje).

#### ZADATAK 1.

$$B = 4 \cdot 4 = 16 \text{ cm}^2$$

$$P = 4 \cdot (4 \cdot 7) : 2 = 56 \text{ cm}^2$$

$$O = 16 + 56 = 72 \text{ cm}^2$$

$$P : B = 56 : 16 = 3.5 \text{ puta}$$

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Razredni odjel: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

1. Izračunaj oplošje ( $O$ ) valjka ako je polumjer baze  $r = 3$  cm, a visina  $v = 7$  cm.

---

2. Izračunaj obujam ( $V$ ) valjka ako mu je polumjer baze  $r = 5$  cm, a visina  $v = 10$  cm.

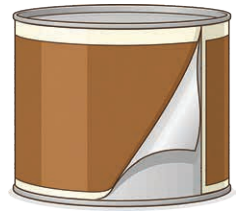
---

3. Limenka soka ima promjer  $d = 6$  cm i visinu  $v = 12$  cm. Izračunaj obujam te limenke ( $V$ ).

---

4. Kakao je pakiran u valjkastoj limenci polumjera baze  $r = 5$  cm i visine  $v = 10$  cm.

- a) Izračunaj površinu plašta ( $P$ ) te limenke da saznaš kolika je površina etikete koja se lijepi oko limenke.  
b) Ako tisak etikete stoji 0.05 € po svakih 100 cm<sup>2</sup>, kolika je cijena tiska etikete za jednu limenku?



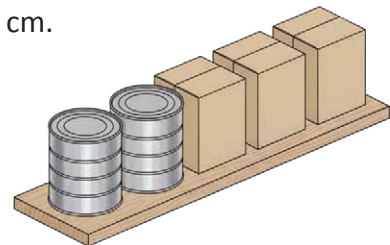

---



---

5. Na policu trebaš složiti dva pakiranja kakaa: klasičnu limenku (valjak) i kartonsku kutiju (kvadar). Oba proizvoda imaju širinu 10 cm ( $d = 10$  cm,  $a = 10$  cm) i visinu 15 cm.

- a) Izračunaj obujam ( $V$ ) kvadratne kutije.  
b) Izračunaj obujam ( $V$ ) valjkaste limenke.  
c) U kojem pakiranju kupac dobiva više proizvoda ako su oba puna do vrha?




---



---

Uzmi list papira formata A4. Savij ga u cijev (plašt valjka) na dva načina: prvo po duljoj strani, a zatim po kraćoj strani. Što misliš, u kojem ćeš slučaju dobiti valjak većeg obujma? Provjeri svoju pretpostavku tako da izmjeriš dobivene polumjere i visine te izračunaš obujam za oba slučaja.

Zadatak	Rješenje	Broj bodova
1.	$O = 188.4 \text{ cm}^2 (2 \cdot 28.26 + 131.88)$	2
2.	$V = 785 \text{ cm}^3 (25 \cdot 3.14 \cdot 10)$	2
3.	$r = 3 \text{ cm}; V = 339.12 \text{ cm}^3$	2
4.	a) $P = 314 \text{ cm}^2$ ; b) $0.16 \text{ € } ((314 : 100) \cdot 0.05)$	3
5.	a) $V_{\text{prizme}} = 1500 \text{ cm}^3$ ; b) $V_{\text{valjka}} = 1177.5 \text{ cm}^3$ ; c) $V_{\text{prizme}} > V_{\text{valjka}}$ Kupac dobiva više u kutiji oblika prizme.	6
Ukupno		15

Bodovni prag	0 – 7 0% – 49%	8 – 9 50% – 63%	10 – 11 64% – 76%	12 – 13 77% – 89%	14 – 15 90% – 100%
Ocjena	nedovoljan (1)	dovoljan (2)	dobar (3)	vrlo dobar (4)	odličan (5)

#### RJEŠENJA ZADATAKA IZ UDŽBENIKA

<p>Na polici oba pakiranja tlocrtno zauzimaju jednaku kvadratnu površinu dimenzija <math>10 \times 10 \text{ cm}^2</math>.</p> <p>Valjkasta pakiranja (limenke) ostavljaju prazan prostor između proizvoda zbog zaobljenja svojih stjenki, dok se kartonske kutije (kvadri) mogu složiti tik jedna uz drugu bez praznog prostora.</p> <p>Oba pakiranja imaju istu visinu i širinu. Valjak idealno stane unutar kvadra. Kvadar ima dodatni prostor u kutovima. Zato kvadar prima veći obujam kaka.</p> <p>Opseg baze četvrtaste kutije dulji je od opsega kruga. Zato je površina omota kvadra veća od površine omota valjka.</p>	
--	--

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Razredni odjel: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

1. Izračunaj obujam ( $V$ ) stošca ako je polumjer baze  $r = 4$  cm, a visina  $v = 9$  cm.

---

2. Izračunaj površinu plašta ( $P$ ) stošca ako je polumjer baze  $r = 6$  cm, a duljina izvodnice  $s = 10$  cm.

---

3. Uspravni stožac ima polumjer baze  $r = 3$  cm i visinu  $v = 4$  cm. Izračunaj duljinu izvodnice ( $s$ ) uporabom Pitagorina poučka ( $s^2 = r^2 + v^2$ ).

---

4. Prodavaonica igračaka naručila je izradu rođendanskih kapa. Za svaku kapu treba izrezati karton u obliku plašta stošca. Polumjer kape je 7 cm, a duljina izvodnice je 20 cm.

- a) Koliko je kvadratnih centimetara kartona potrebno za izradu jedne kape?  
b) Koliko je ukupno kartona potrebno za set od 10 kapa?




---

5. Prodavaonica prodaje čaj u kutiji oblika stošca. Obujam kutije mora biti točno  $V = 3\,391$  cm<sup>3</sup>, a polumjer baze zbog stabilnosti na polici mora biti  $r = 9$  cm.

- a) Kolika mora biti visina ( $v$ ) te kutije kako bi u nju stala predviđena količina čaja.  
b) Izračunaj duljinu izvodnice ( $s$ ) te kutije.  
c) Izračunaj površinu plašta ( $P$ ) te kutije (prostor potreban za oslikavanje etikete).




---

U prodavaonici ili kod kuće, polako istresi jednu šalicu riže, kave u zrnju ili šećera na ravnu površinu. Primijetit ćeš da se stvara „hrpa“ u obliku stošca. Izmjeri visinu te hrpe i širinu baze. Razmisli i napiši: bi li hrpa bila viša ili niža da je ista količina robe vlažna, a ne suha?

Zadatak	Rješenje	Broj bodova
1.	$V = 150.72 \text{ cm}^3$	2
2.	$P = 188.4 \text{ cm}^2$	2
3.	$s = 5 \text{ cm}$	2
4.	a) $P = 439.6 \text{ cm}^2$ ; b) $4\,396 \text{ cm}^2$	3
5.	a) $v \approx 40 \text{ cm}$ ; b) $s = 41 \text{ cm}$ ; c) $P = 1\,158.66 \text{ cm}^2$	6
Istraži	<p>Kada su zrnati materijali (poput riže, kave ili šećera) vlažni, tanki sloj vode između zrnaca stvara kapilarne sile koje djeluju kao blago prirodno ljepilo. To međusobno povezivanje (kohezija) i povećano trenje sprječavaju zrnca da lako skliznu.</p> <p>U fizici i građevini postoji „kut mirovanja“ (engl. <i>angle of repose</i>). To je najveći kut pod kojim se zrnati materijal može gomilati, a da se ne odroni. Suhi materijali lakše klize i više se rasipaju u širinu, pa formiraju širi i niži stožac. Vlažni materijali mogu podnijeti puno strmiji nagib, zbog čega formiraju viši i uži stožac.</p> <p>Potaknite učenike da se prisjete građenja kula od pijeska na plaži. Sa suhim pijeskom nemoguće je izgraditi visoki zid jer se odmah osipa (formira nizak stožac), dok vlažni pijesak omogućuje gradnju visokih i strmih oblika upravo zbog opisanih sila vlage.</p>	
Ukupno		15

Bodovni prag	0 – 7 0 % – 49 %	8 – 9 50 % – 63 %	10 – 11 64 % – 76 %	12 – 13 77 % – 89 %	14 – 15 90 % – 100 %
Ocjena	nedovoljan (1)	dovoljan (2)	dobar (3)	vrlo dobar (4)	odličan (5)

#### RJEŠENJA ZADATAKA IZ UDŽBENIKA

<p>1. Dno (baza) hrpe kave ima oblik kruga.</p> <p>2. Hrpa kave ima jedan istaknuti vrh baš kao i piramida.</p> <p>3. Hrpa kave nema bočne bridove jer su njezine stranice potpuno glatke i zaobljene (stožaste), za razliku od piramide koja ima ravne višekutne strane i oštre bridove.</p> <p>4. U hrpu kave (stožac) stane manje kave nego u kutiju (valjak) istih dimenzija.</p>	<p>ZADATAK 1.</p> <p><math>V = 314 \text{ cm}^3</math></p> <p>ZADATAK 2.</p> <p>Za jednu kapu potrebno je približno <math>439.6 \text{ cm}^2</math> kartona.</p>	<p>1. Visina pakiranja mora biti 2 cm.</p> <p>2. Duljina izvodnice iznosi približno 15.13 cm.</p> <p>3. Oplošje iznosi približno <math>1\,419.13 \text{ cm}^2</math>.</p> <p>4. novom pakiranju moći će se prodati točno dvostruko više čaja.</p>
---	--	---

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Razredni odjel: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

1. Izračunaj oplošje ( $O$ ) ukrasne božićne kuglice čiji je polumjer  $r = 5$  cm.

---

2. Izračunaj obujam ( $V$ ) loptice za stolni tenis ako je njezin promjer  $d = 4$  cm (polumjer  $r = 2$  cm).

---

3. Prodavačica Maja priprema desert u posudama oblika polukugle. Ako je polumjer posude  $r = 6$  cm, izračunaj koliki je obujam ( $V$ ) deserta ako je posuda do vrha napunjena.

---

4. U voćarnicu su stigle premium naranče promjera  $d = 10$  cm.

a) Izračunaj obujam ( $V$ ) jedne naranče.

b) Ako pretpostavimo da se iz naranče može dobiti 50 % soka u odnosu na njezin ukupni obujam, koliko mililitara (mL) soka dobijemo od jedne naranče? (Pomoć:  $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$ )




---



---

5. Čokoladne praline oblika kugle promjera  $d = 3$  cm treba zamotati u foliju.

a) Kolika je površina ( $O$ ) jedne praline koju folija mora prekriti?

b) Ako imamo kvadratne listove folije stranice  $a = 6$  cm,

hoće li jedan od njih biti dovoljan da potpuno prekrije površinu jedne praline?




---



---

Pronađi kod kuće predmet u obliku stošca (npr. papirnati tuljac) i na njega stavi lopticu (kuglu) koja mu sjeda tako da je pola koglice u tuljcu, a pola izvan njega. Izmjeri dimenzije i izračunaj: bi li ti za bojanje te „kugle sladoleda“ trebalo više ili manje boje nego za bojanje „korneta“?

Zadatak	Rješenje	Broj bodova
1.	$O \approx 314 \text{ cm}^2 (4 \cdot 25 \cdot 3.14)$	2
2.	$V \approx 33.49 \text{ cm}^3 (1.33 \cdot 8 \cdot 3.14)$	2
3.	$V \approx 452.16 \text{ cm}^3 (904.32 : 2)$	2
4.	a) $V \approx 523.33 \text{ cm}^3$ ; b) 261.67 mL	4
5.	a) $O \approx 28.26 \text{ cm}^2$ ; b) DA ( $36 > 28.26$ )	5
Ukupno		15

Bodovni prag	0 – 7 0% – 49%	8 – 9 50% – 63%	10 – 11 64% – 76%	12 – 13 77% – 89%	14 – 15 90% – 100%
Ocjena	nedovoljan (1)	dovoljan (2)	dobar (3)	vrlo dobar (4)	odličan (5)

### RJEŠENJA ZADATAKA IZ UDŽBENIKA

<p>a) Veličinu papira određuje oplošje naranče, odnosno površina njezine vanjske kore (sfere).</p> <p>b) Količinu soka određuje obujam naranče, odnosno veličina prostora unutar njezine kore.</p>	<p><b>ZADATAK 1.</b></p> <p>Prvo računamo oplošje (površinu) jedne praline oblika kugle.</p> <p><math>r = 1.5 \text{ cm}</math></p> <p><math>O \approx 4 \cdot 1.5^2 \cdot 3.14 = 28.26 \text{ cm}^2</math></p> <p>Površina kvadratnog komada staniola (<math>P = a^2</math>) mora biti barem jednaka oplošju praline kako bi je mogao potpuno prekriti.</p> <p><math>a^2 = 28.26 \rightarrow a \approx 5.32 \text{ cm}</math></p>	<p>1. <math>v^2 = s^2 - r^2</math></p> <p><math>v = 40 \text{ cm}</math></p> <p>2. <math>P_{\text{plašta}} \approx 30 \cdot 3.14 \cdot 50</math></p> <p><math>P_{\text{plašta}} \approx 4710 \text{ cm}^2</math></p> <p>3. <math>V_{\text{stošca}} \approx 30^2 \cdot 3.14 \cdot 40 : 3</math></p> <p><math>V_{\text{stošca}} \approx 37680 \text{ cm}^3 = 37.68 \text{ dm}^3</math></p> <p>4. <math>P_{\text{polukugle}} \approx 2 \cdot 30^2 \cdot 3.14</math></p> <p><math>P_{\text{polukugle}} \approx 5652 \text{ cm}^2 = 0.5652 \text{ m}^2</math></p> <p>5. Visina makete = visina stošca (<math>v</math>) + polumjer polukugle (<math>r</math>) = <math>40 \text{ cm} + 30 \text{ cm} = 70 \text{ cm}</math></p> <p>Sredina kuglice sladoleda nalazi se točno bazi stošca (na spoju s polukuglom).</p> <p>To znači da na visini od 160 cm mora biti baza stošca (visokog 40 cm) što znači da je visina postolja = <math>160 - 40 = 120 \text{ cm}</math></p> <p>6. <math>V_{\text{stošca}} : 10 = 3.768</math></p> <p>Potrebno je naručiti 4 vreće stiropora.</p> <p>Cijena stiropora = <math>4 \cdot 5.00 = 20.00 \text{ €}</math></p> <p>7. Za dvije ruke bojanja potrebno je pokriti dvostruko veću površinu od <math>P_{\text{polukugle}}</math>.</p> <p><math>2 \cdot 0.5652 \text{ m}^2 = 1.1304 \text{ m}^2</math></p> <p>Jedna kantica pokriva 0.5 m<sup>2</sup>, što nije dovoljno. Potrebne su barem 3 kantice.</p>
--	--	---

# Geometrija prostora – banka zadataka (1)

## I. KOCKA I KVADAR

1. Oplošje kocke iznosi  $150 \text{ cm}^2$ . Izračunaj duljinu njezina brida ( $a$ ) i njezin obujam ( $V$ ).
2. Duljine su bridova baze kvadra  $a = 3 \text{ cm}$  i  $b = 4 \text{ cm}$ . Ako je duljina prostorne dijagonale kvadra  $D = 13 \text{ cm}$ , izračunaj visinu kvadra ( $c$ ) i njegov obujam ( $V$ ).
3. Duljina prostorne dijagonale kocke iznosi  $5\sqrt{3} \text{ cm}$ . Izračunaj oplošje ( $O$ ) te kocke.
4. Bridovi su kvadra u omjeru  $a : b : c = 1 : 2 : 3$ . Ako je zbroj duljina svih njegovih bridova  $48 \text{ cm}$ , izračunaj obujam ( $V$ ) tog kvadra. (Pomoć: kvadar ima po 4 brida svake duljine).
5. Obujam je kvadra  $V = 120 \text{ cm}^3$ , a površina njegove baze  $B = 24 \text{ cm}^2$ . Ako je brid  $a = 4 \text{ cm}$ , izračunaj oplošje ( $O$ ) tog kvadra.

## II. PRIZME

6. Osnovni je brid pravilne trostrane prizme  $a = 4 \text{ cm}$ , a visina je te prizme  $v = 5 \text{ cm}$ . Izračunaj obujam ( $V$ ) prizme. (Uzmi  $\sqrt{3} \approx 1.73$ .)
7. Duljina dijagonale baze pravilne četverostrane prizme iznosi  $6\sqrt{2} \text{ cm}$ . Ako je visina prizme  $v = 10 \text{ cm}$ , izračunaj obujam ( $V$ ).
8. Površina pobočja pravilne četverostrane prizme 8 je puta veća od površine baze. Ako je oplošje prizme  $1000 \text{ cm}^2$ , koliki je njezin obujam?
9. Baza prizme je pravokutni trokut s katetama  $a = 3 \text{ cm}$  i  $b = 4 \text{ cm}$ . Ako je visina prizme  $v = 10 \text{ cm}$ , izračunaj njezino oplošje ( $O$ ). (Pomoć: Prvo nađi hipotenuzu baze  $c$ .)
10. Obujam pravilne četverostrane prizme iznosi  $V = 200 \text{ cm}^3$ , a osnovni je brid  $a = 5 \text{ cm}$ . Izračunaj visinu prizme ( $v$ ) i njezino oplošje ( $O$ ).

## III. PIRAMIDE

11. Pravilna četverostrana piramida ima osnovni brid  $a = 10 \text{ cm}$ . Visina pobočke ( $v_1$ ) zatvara s ravninom baze kut od  $60^\circ$ . Izračunaj visinu piramide ( $v$ ) i obujam ( $V$ ). (Uzmi  $\text{tg } 60^\circ \approx 1.73$ .)
12. Osnovni je brid pravilne četverostrane piramide  $a = 12 \text{ cm}$ . Bočni brid ( $b$ ) zatvara s ravninom baze kut od  $45^\circ$ . Izračunaj visinu piramide ( $v$ ). (Pomoć: Promatraj pravokutni trokut koji čine  $v$ , polovina dijagonale baze i bočni brid).
13. Visina je pravilne četverostrane piramide  $v = 8 \text{ cm}$ . Bočna ploha (pobočka) zatvara s ravninom baze kut od  $30^\circ$ . Izračunaj duljinu osnovnog brida ( $a$ ) i obujam ( $V$ ). (Uzmi  $\text{tg } 30^\circ \approx 0.58$ .)
14. Osnovni je brid pravilne četverostrane piramide  $a = 10 \text{ cm}$ , a bočni je brid  $b = 13 \text{ cm}$ . Izračunaj kut koji bočni brid zatvara s ravninom baze.
15. Obujam je pravilne četverostrane piramide  $V = 400 \text{ cm}^3$ , a osnovni je brid  $a = 10 \text{ cm}$ . Izračunaj visinu piramide ( $v$ ) i kut koji visina pobočke ( $v_1$ ) zatvara s ravninom baze.

#### IV. ROTACIJSKA TIJELA

16. Polumjer je baze valjka  $r = 4$  cm, a visina je  $v = 10$  cm. Izračunaj oplošje ( $O$ ) i obujam ( $V$ ) valjka. (Uzmi  $\pi = 3.14$ .)
17. Polumjer je baze stošca  $r = 6$  cm, a duljina je izvodnice  $s = 10$  cm. Izračunaj visinu ( $v$ ) i obujam ( $V$ ) stošca.
18. Oplošje kugle iznosi  $100\pi$  cm<sup>2</sup>. Izračunaj polumjer kugle ( $r$ ) i njezin obujam ( $V$ ).
19. Obujam je valjka  $V = 180\pi$  cm<sup>3</sup>, a polumjer je baze  $r = 6$  cm. Izračunaj visinu valjka ( $v$ ) i oplošje ( $O$ ).
20. Obujam je stošca  $V = 12\pi$  cm<sup>3</sup>, a visina je  $v = 4$  cm. Izračunaj polumjer baze ( $r$ ) i duljinu izvodnice ( $s$ ).

#### Rješenja zadataka

Tema	Zadatak	Rješenje (postupak i rezultat)	Bodovi
<b>I. Kocka i kvadar</b>	1.	$a = 5$ cm; $V = 125$ cm <sup>3</sup>	3
	2.	$c = 12$ cm; $V = 144$ cm <sup>3</sup>	4
	3.	$a = 5$ cm; $O = 150$ cm <sup>2</sup>	3
	4.	$4(x + 2x + 3x) = 48 \rightarrow x = 2$ ; $a = 2$ , $b = 4$ , $c = 6$ ; $V = 48$ cm <sup>3</sup>	5
	5.	$c = 5$ cm; $b = 6$ cm; $O = 148$ cm <sup>2</sup>	4
<b>II. Prizme</b>	6.	$B = 6.92$ cm <sup>2</sup> ; $V = 34.6$ cm <sup>3</sup>	3
	7.	$a = 6$ cm; $V = 360$ cm <sup>3</sup>	4
	8.	$B = 100$ cm <sup>2</sup> ; $a = 10$ cm, $v = 20$ cm, $V = 2\,000$ cm <sup>3</sup>	4
	9.	$c = 5$ cm; $B = 6$ cm <sup>2</sup> ; $P = 120$ cm <sup>2</sup> ; $O = 132$ cm <sup>2</sup>	5
	10.	$v = 8$ cm; $P = 160$ cm <sup>2</sup> ; $O = 210$ cm <sup>2</sup>	4
<b>III. Piramide</b>	11.	$v \approx 8.65$ cm; $V \approx 288.33$ cm <sup>3</sup>	5
	12.	$d/2 \approx 8.49$ cm; $v \approx 8.49$ cm (jer je $\text{tg } 45^\circ = 1$ )	5
	13.	$a/2 \approx 13.79$ cm $\rightarrow a \approx 27.58$ cm; $V \approx 2\,028.4$ cm <sup>3</sup>	5
	14.	$d/2 = 7.07$ cm; $\cos \alpha = 7.07 : 13$ ; $\alpha = 57^\circ$	5
	15.	$v = 12$ cm; $\text{tg } \alpha = 12 : 5$ ; $\alpha = 67.38^\circ$	5
<b>IV. Rotacijska tijela</b>	16.	$O \approx 351.68$ cm <sup>2</sup> ; $V \approx 502.4$ cm <sup>3</sup>	3
	17.	$v = 8$ cm; $V \approx 301.44$ cm <sup>3</sup>	4
	18.	$r = 5$ cm; $V \approx 523.33$ cm <sup>3</sup>	4
	19.	$v = 5$ cm; $O = 132\pi$ cm <sup>2</sup> (ili 414.48 cm <sup>2</sup> )	5
	20.	$r = 3$ cm; $s = 5$ cm	5

# Geometrija prostora – banka zadataka (2)

## I. KOCKA I KVADAR

1. Luksuzna kutija za sat u obliku kocke ima oplošje (površinu kartona)  $600 \text{ cm}^2$ . Izračunaj koliki volumen ( $V$ ) zauzima ta kutija na polici.
2. U staklenu vitrinu u obliku kvadra treba dijagonalno postaviti metalni nosač (prostornu dijagonalu). Ako je baza vitrine  $60 \text{ cm} \times 80 \text{ cm}$ , a nosač je dug  $260 \text{ cm}$ , izračunaj visinu ( $c$ ) vitrine i njezin obujam.
3. Za dekoraciju izloga uzeta je kocka čija je prostorna dijagonala ima duljinu  $10\sqrt{3} \text{ cm}$ . Izračunaj koliko je ukrasnog papira ( $O$ ) potrebno da se cijela kocka omota bez preklapanja.
4. Okvir za promotivni stalak u obliku kvadra izrađuje se od aluminijskih letvica. Bridovi stalka su u omjeru  $1 : 2 : 5$ . Ako je ukupna duljina svih letvica  $640 \text{ cm}$ , izračunaj volumen ( $V$ ) koji taj stalak zauzima u prostoru. (Pomoć: Kvadar ima po 4 brida svake duljine).
5. Spremnik za rinfuznu robu u obliku kvadra ima obujam  $480 \text{ litara (dm}^3)$ . Površina je baze spremnika  $80 \text{ dm}^2$ . Ako je jedna stranica baze  $a = 8 \text{ dm}$ , izračunaj oplošje ( $O$ ) spremnika da saznaš koliko zaštitne folije treba za oblaganje unutrašnjosti.

## II. PRIZME

6. Kutija za čokoladu ima oblik pravilne trostrane prizme s osnovnim bridom  $a = 6 \text{ cm}$  i visinom  $v = 20 \text{ cm}$ . Izračunaj volumen ( $V$ ) čokolade koja stane u tu kutiju. (Uzmi  $\sqrt{3} \approx 1.73$ .)
7. Stakleni toranj za izlaganje nakita ima bazu kvadrat s dijagonalom duljine  $8\sqrt{2} \text{ cm}$ . Ako je visina tornja  $50 \text{ cm}$ , izračunaj njegov obujam ( $V$ ).
8. Stalci za parfeme imaju oblik pravilne šesterostrane prizme s bridom baze  $a = 4 \text{ cm}$  i visinom  $v = 15 \text{ cm}$ . Izračunaj kolika je površina pobočja ( $P$ ) toga stalka.
9. Stolar izrađuje zatvoreni kutni element za kupca. Gornja i donja ploča imaju oblik pravokutnog trokuta s katetama duljine  $30 \text{ cm}$  i  $40 \text{ cm}$ . Visina elemenata iznosi  $35 \text{ cm}$ . Izračunaj ukupnu površinu materijala (u kvadratnim metrima) potrebnog za izradu svih vanjskih ploha ovog elementa kako bi prodavač mogao precizno izračunati cijenu materijala.
10. Plastični kontejner ima obujam  $360 \text{ dm}^3$ , a baza mu je kvadrat stranice  $a = 6 \text{ dm}$ . Izračunaj visinu ( $v$ ) kontejnera i površinu plastike ( $O$ ) potrebne za njegovu izradu ako kontejner nema poklopac.

## III. PIRAMIDE

11. Promotivni šator ima oblik pravilne četverostrane piramide s osnovnim bridom  $a = 4 \text{ m}$ . Pobočka (stranica šatora) zatvara s podom kut od  $60^\circ$ . Izračunaj visinu ( $v$ ) šatora i njegov obujam ( $V$ ). (Uzmi  $\text{tg } 60^\circ \approx 1.73$ .)
12. Ukrasna kutijica za prsten ima oblik pravilne četverostrane piramide. Osnovni brid ima duljinu  $a = 8 \text{ cm}$ , a bočni brid zatvara s bazom kut od  $45^\circ$ . Izračunaj visinu ( $v$ ) te kutijice. (Pomoć: iskoristi polovicu dijagonale baze).
13. Dizajniraš stalak ima oblik pravilne četverostrane piramide visine  $v = 15 \text{ cm}$ . Bočna stranica zatvara s bazom kut od  $30^\circ$ . Izračunaj duljinu osnovnog brida ( $a$ ) i obujam ( $V$ ) tog stalka. (Uzmi  $\text{tg } 30^\circ \approx 0.58$ .)

14. Metalni krov malog kioska pravilna je četverostrana piramida s bazom brida  $a = 3$  m i bočnim bridom  $b = 2.5$  m. Izračunaj pod kojim kutom su nagnuti bočni bridovi krova u odnosu na vodoravnu ravninu.
15. Kutija za poklon-set ima volumen  $1200 \text{ cm}^3$  i kvadratnu bazu stranice  $a = 20$  cm. Izračunaj visinu ( $v$ ) te kutije i kut pod kojim su nagnute njezine bočne strane prema bazi.

#### IV. ROTACIJSKA TIJELA

16. Valjkasta limenka soka ima polumjer  $r = 3.5$  cm i visinu  $v = 12$  cm. Izračunaj kolika je površina ( $O$ ) aluminijske potrebne za jednu limenku i koliki je njezin obujam ( $V$ ). (Uzmi  $\pi = 3.14$ ).
17. Papirnati tuljac ima oblik stošca s polumjerom baze  $r = 8$  cm i izvodnicom  $s = 17$  cm. Izračunaj visinu valjkaste posude jednake baze u koju se može presipati riža iz punog tuljca tako da i posuda bude puna.
18. Ukrasna božićna kugla ima oplošje  $1\,256 \text{ cm}^2$ . Izračunaj polumjer ( $r$ ) kugle i njezin obujam ( $V$ ).
19. Bačva za ulje ima obujam  $157 \text{ litara (dm}^3)$ . Ako je polumjer baze  $2.5 \text{ dm}$ , izračunaj visinu ( $v$ ) bačve i njezino oplošje ( $O$ ).
20. Poduzeće za izradu vrtne galanterije proizvodi betonske ukrase u obliku stošca koji služe kao vrhovi za ogradne stupove. Kalup za izlivanje jednog ukrasa ima visinu od  $12 \text{ cm}$ , a za njegovo punjenje utroši se točno  $314 \text{ cm}^3$  tekućeg betona. Izračunaj polumjer baze ( $r$ ) tog ukrasa te duljinu njegove izvodnice ( $s$ ) kako bi radnici znali izrezati lim za oplatu.

#### Rješenja zadataka

Tema	Zadatak	Rješenje (postupak i rezultat)	Bodovi
<b>I. Kocka i kvadar</b>	1.	$a = 10 \text{ cm}; V = 1\,000 \text{ cm}^3$	3
	2.	$d = 100 \text{ cm}; c = 240 \text{ cm}; V = 1\,152\,000 \text{ cm}^3 (1.15 \text{ m}^3)$	4
	3.	$a = 10 \text{ cm}; O = 600 \text{ cm}^2$	3
	4.	$4(x+2x+5x) = 640 \rightarrow x = 20; a = 20, b = 40, c = 100; V = 80\,000 \text{ cm}^3$	5
	5.	$c = 6 \text{ dm}; b = 10 \text{ dm}; O = 376 \text{ dm}^2$	4
<b>II. Prizme</b>	6.	$B \approx 15.57 \text{ cm}^2; V \approx 311.4 \text{ cm}^3$	3
	7.	$a = 8 \text{ cm}; V = 3\,200 \text{ cm}^3$	4
	8.	$P = 6 \cdot 4 \cdot 15 = 360 \text{ cm}^2$	4
	9.	$c = 50 \text{ cm}; B = 600 \text{ cm}^2; P = 4\,200 \text{ cm}^2; O = 5\,400 \text{ cm}^2 = 0.54 \text{ m}^2$	5
	10.	$B = 36 \text{ dm}^2; v = 10 \text{ dm}; P = 4 \cdot 6 \cdot 10 = 240 \text{ dm}^2; O = 276 \text{ dm}^2$	4
<b>III. Piramide</b>	11.	$v = 3.46 \text{ m}; V = 18.45 \text{ m}^3$	5
	12.	$d/2 = 5.65 \text{ cm}; v = 5.65 \text{ cm (kut } 45^\circ)$	5
	13.	$a/2 = 25.86 \text{ cm} \rightarrow a = 51.72 \text{ cm}; V = 13\,374 \text{ cm}^3$	5
	14.	$d/2 = 2.12 \text{ m}; \cos \alpha = 2.12 : 2.5; \alpha \approx 31.9^\circ$	5
	15.	$v = 9 \text{ cm}; \text{tg } \alpha = 9 : 10; \alpha \approx 42^\circ$	5
<b>IV. Rotacijska tijela</b>	16.	$O \approx 340.69 \text{ cm}^2; V \approx 461.58 \text{ cm}^3$	3
	17.	$v_{\text{stošca}} = 15 \text{ cm}; v_{\text{valjka}} = 5 \text{ cm}$	4
	18.	$r = 10 \text{ cm}; V \approx 4\,186.67 \text{ cm}^3$	4
	19.	$v = 8 \text{ dm}; O = 164.85 \text{ dm}^2$	5
	20.	$r = 5 \text{ cm}; s = 13 \text{ cm}$	5

# Sadržaj

<b>1.</b>	Trokut .....	3
<b>2.</b>	Opseg i površina trokuta .....	5
<b>3.</b>	Pravokutni trokut.....	7
<b>4.</b>	Jednakokrani trokut .....	9
<b>5.</b>	Jednakostranični trokut .....	11
<b>6.</b>	Kvadrat .....	13
<b>7.</b>	Pravokutnik.....	15
<b>8.</b>	Paralelogram .....	17
<b>9.</b>	Romb – nakrivljeni kvadrat.....	19
<b>10.</b>	Trapez .....	21
<b>11.</b>	Krug i kružnica .....	23
<b>12.</b>	Kružni isječak.....	25
<b>13.</b>	Kružni vijenac .....	27
<b>14.</b>	Razmjernost dužina .....	29
<b>15.</b>	Sličnost .....	31
<b>16.</b>	Opseg i površina sličnih trokuta .....	33
	Geometrija ravnine – banka zadatka (1).....	35
	Geometrija ravnine – banka zadatka (2).....	37
<b>17.</b>	Definicije trigonometrijskih funkcija.....	39
<b>18.</b>	Vrijednosti trigonometrijskih funkcija kutova $30^\circ$ , $60^\circ$ i $45^\circ$ .....	41
<b>19.</b>	Vrijednosti trigonometrijskih funkcija šiljastoga kuta.....	43
<b>20.</b>	Rješavanje pravokutnog trokuta.....	45
<b>21.</b>	Primjena trigonometrije u planimetriji.....	47
<b>22.</b>	Kosinusov poučak .....	49
<b>23.</b>	Sinusov poučak.....	51
	Trigonometrija – banka zadatka (1) .....	53
	Trigonometrija – banka zadatka (2) .....	55
<b>24.</b>	Geometrijska tijela .....	57
<b>25.</b>	Volumen – gustoća – masa.....	59
<b>26.</b>	Prizma.....	61
<b>27.</b>	Kocka .....	63
<b>28.</b>	Kvadar.....	65
<b>29.</b>	Piramida .....	67
<b>30.</b>	Valjak .....	69
<b>31.</b>	Stožac .....	71
<b>32.</b>	Kugla.....	73
	Geometrija prostora – banka zadatka (1) .....	75
	Geometrija prostora – banka zadatka (2) .....	77

**Za izdavača:**

Darko Simić

**Autorica:**

Đurđica Salamon Padjen, dipl. ing.

**Lektorica:**

Ana Horvat, mag. educ. philol. croat. et ling.

**Grafički urednik:**

Ivan Horvat

**Izdavač**

**Alka script d.o.o.**

Zagreb, Nehajska 42

tel. 01/30 135 30

[www.alkascript.hr](http://www.alkascript.hr)