

Sonja Eberling • Nevia Grbac • Sanja Janeš • Ivan Mrkonjić

MOJA MATEMATIKA

6

udžbenik za učenike 6. razreda

prvo izdanje

Zagreb, 2020.



SADRŽAJ

1. CIJELI BROJEVI	7
SKUP CIJELIH BROJEVA.....	8
SKUP \mathbb{Z} I BROJEVNI PRAVAC	10
USPOREĐIVANJE CIJELIH BROJEVA.....	15
Zadatci	17
2. ZBRAJANJE I ODUZIMANJE CIJELIH BROJEVA.....	21
ZBRAJANJE CIJELIH BROJEVA JEDNAKIH PREDZNAKA	22
ZBRAJANJE CIJELIH BROJEVA RAZLIČITIH PREDZNAKA.....	24
SVOJSTVA ZBRAJANJA CIJELIH BROJEVA	26
ODUZIMANJE CIJELIH BROJEVA	28
RAD SA ZAGRADAMA	30
JEDNADŽBE I NEJEDNADŽBE	32
Zadatci	34
3. MNOŽENJE I DIJELJENJE CIJELIH BROJEVA	37
MNOŽENJE CIJELIH BROJEVA	38
SVOJSTVA MNOŽENJA CIJELIH BROJEVA	40
DIJELJENJE CIJELIH BROJEVA.....	43
REDOSLIJED RAČUNANJA	44
POTENCIJE BAZE 10	45
JEDNADŽBE I NEJEDNADŽBE	48
Zadatci	51
4. KOORDINATNI SUSTAV	55
KOORDINATNI SUSTAV NA PRAVCU	56
PRAVOKUTNI KOORDINATNI SUSTAV U RAVNINI	58
Zadatci	67
5. KUT.....	72
SIMETRALA DUŽINE I SIMETRALA KUTA.....	73
KONSTRUKCIJE NEKIH KUTOVA	79
Zadatci	83
6. SKUP NENEGATIVNIH RACIONALNIH BROJEVA.....	85
SKUP NENEGATIVNIH RACIONALNIH BROJEVA	86
Zadatci	92
ZAJEDNIČKI DJELITELJI I ZAJEDNIČKI VIŠEKRAVNICI	94
Zadatci	99
PROŠIRIVANJE I SKRAĆIVANJE RAZLOMAKA.....	101
USPOREĐIVANJE U SKUPU \mathbb{Q}_0^+	105
Zadatci	109
BROJEVNI PRAVAC.....	112
Zadatci	114



7. ZBRAJANJE I ODUZIMANJE U SKUPU Q_0^+	116
ZBRAJANJE I ODUZIMANJE U SKUPU Q_0^+	117
Zadatci	123
8. MNOŽENJE I DIJELJENJE U SKUPU Q_0^+	126
MNOŽENJE U SKUPU Q_0^+	127
DIJELJENJE U SKUPU Q_0^+	133
Zadatci	139
POSTOTNI RAČUN.....	142
Zadatci	144
9. TROKUT	146
KUTOVI TROKUTA	147
Zadatci	155
ODNOSI STRANICA I KUTOVA U TROKUTU.....	159
VRSTE TROKUTA.....	161
Zadatci	164
POVRŠINA TROKUTA.....	167
Zadatci	173
10. SUKLADNOST I KONSTRUKCIJE TROKUTA	176
SUKLADNOST TROKUTA	177
Zadatci	186
KONSTRUKCIJE TROKUTA	191
Zadatci	197
11. ČETVEROKUT	199
OSNOVNA SVOJSTVA ČETVEROKUTA.....	200
ZBROJ MJERA KUTOVA ČETVEROKUTA.....	203
Zadatci	206
PARALELOGRAM	211
JOŠ NEKI ČETVEROKUTI	220
Zadatci	226
KONSTRUKCIJE PARALELOGRAMA	234
Zadatci	238
12. MJERENJE	242
RJEŠENJA ZADATAKA	258

PREDGOVOR

Draga učenice, dragi učenice!

Pred tobom je dio nastavnih materijala za Matematiku šestoga razreda. U potpunosti prate ishode učenja koji su navedeni u predmetnom kurikulumu Matematike.









Moja matematika 6 podijeljena je na teme. Svaka je tema razrađena kroz manje dijelove, postupno i s mnoštvom riješenih primjera. To će ti olakšati učenje i omogućiti samostalnost u procesu učenja.

Svaki dio, tako podijeljene teme, započinje motivacijskom pričom koja je istaknuta oznakom . Svi zaključci u udžbeniku istaknuti su oznakom . Sve definicije i poopćenja nalaze se u crvenim okvirima. Mali podsjetnici na važnije pojmove ili pravila, koji su prethodno obrađeni, nalaze se u zelenim okvirima. U udžbeniku postoje i dijelovi koji su istaknuti plavim okvirom. To su dodatni sadržaji koji nisu obavezni i namijenjeni su onima koji žele naučiti i nešto više.

U nastavnim materijalima nalaze se **4 vrste zadataka**:

- **Primjeri** – u potpunosti riješeni zadatci
- **Zadatci** – skupine zadataka koje prate gradivo
- **Zadatci za vježbu** – nalaze se na elektroničkoj platformi Mozabook
- **Provjeri svoje znanje** – nalaze se na elektroničkoj platformi Mozabook

Svi su zadatci grupirani prema razinama usvojenosti u 4 skupine koje su obilježene bojama:

	zadovoljavajuća razina	
	dobra razina	
	vrlo dobra razina	
	iznimna razina	

Za sve zadatke pripremljena su rješenja. Na kraju udžbenika nalaze se prijedlozi projektnih zadataka.

Uz svaku temu na elektroničkoj platformi Mozabook pripremljeno je mnoštvo interaktivnih zadataka rješavanjem kojih možeš uvježbati i provjeriti naučeno. U Mozabooku su ti na raspolaganju detaljniji opisi i animacije uz koje ćeš lakše savladati i neke geometrijske sadržaje.

Nadamo se da ćeš se sa zadovoljstvom koristiti ovim nastavnim materijalom koji će ti zasigurno omogućiti usvajanje matematičkih znanja, vještina i procesa na zanimljiv i kreativan način.

Autori

CIJELI BROJEVI



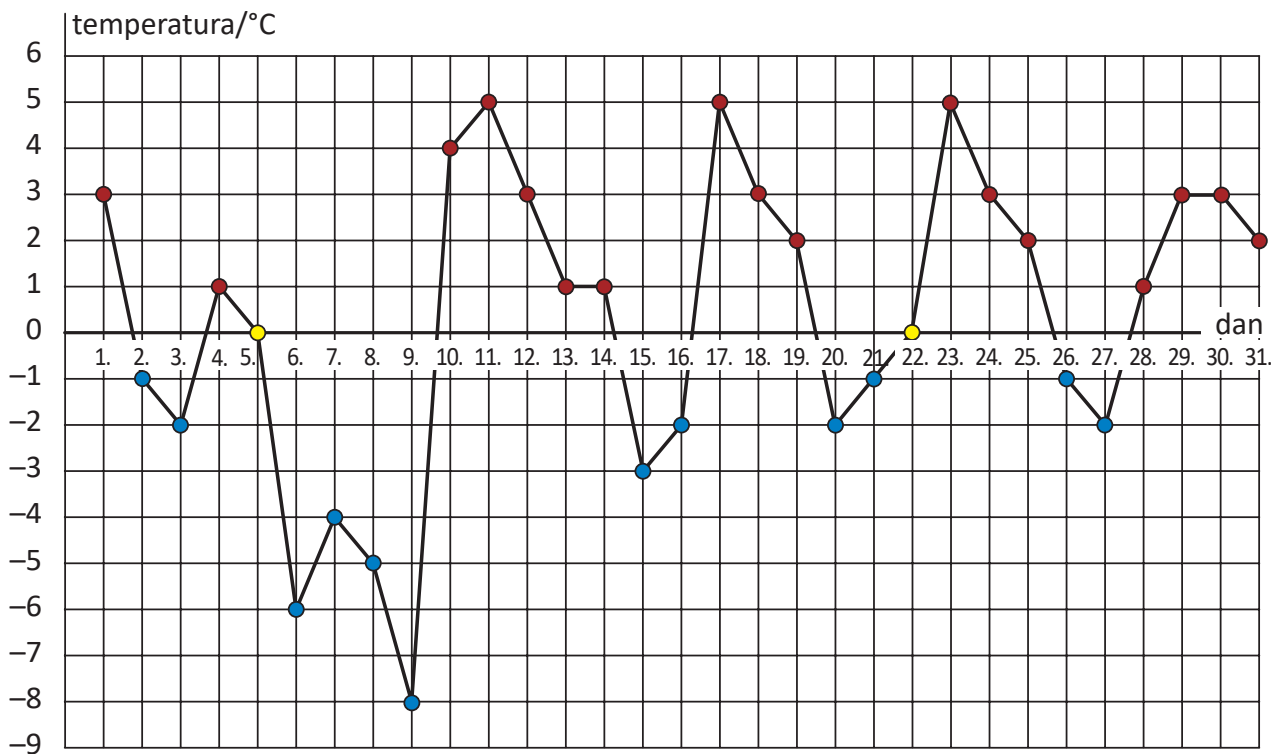
NAUČIT ĆEŠ:

- ⇒ koje brojeve nazivamo cijelim brojevima
- ⇒ pridruživati cijele brojeve točkama brojevnog pravca
- ⇒ određivati apsolutnu vrijednost cijelog broja
- ⇒ koje brojeve nazivamo suprotnim brojevima
- ⇒ uspoređivati cijele brojeve.

SKUP CIJELIH BROJEVA



Sljedećim dijagramom prikazane su temperature zraka u Zagrebu u siječnju.



Crvene točke predstavljaju temperature veće od nule („iznad“ nule), a plave točke predstavljaju temperature manje od nule („ispod“ nule). Što predstavljaju žute točke?

Uočimo da je 15. siječnja izmjerena temperatura zraka $3\text{ }^{\circ}\text{C}$ manja od nule.

Pišemo: $-3\text{ }^{\circ}\text{C}$.

U broju -3 znak $-$ označava **predznak broja**.

Brojevi manji od nule imaju predznak minus ($-$).

Uočimo da je 11. siječnja izmjerena temperatura zraka $5\text{ }^{\circ}\text{C}$ veća od nule.

Pišemo: $5\text{ }^{\circ}\text{C}$ ili $+5\text{ }^{\circ}\text{C}$.

U broju $+5$ znak $+$ označava **predznak broja**.

Brojevi veći od nule imaju predznak plus ($+$).
Predznak $+$ možemo, ali i ne moramo zapisivati.

Brojeve koji su manji od nule nazivamo **negativni** brojevi.

Brojeve koji su veći od nule nazivamo **pozitivni** brojevi.

U sljedeća dva primjera pokazat ćemo kako se u svakodnevnom životu upotrebljavaju pozitivni i negativni brojevi:



Tablicom je prikazan isječak statistike nogometnog prvenstva.

poredak	ekipa	utakmice	pobjede	neriješeno	izgubljeno	dani golovi	primljeni golovi	gol razlika	bodovi
10	NK Malci	13	6	1	6	29	23	6	19
11	NK Veliki	13	5	2	6	20	25	-5	17

NK Malci više su golova dali nego što su ih primili. To se vidi i u pozitivnoj gol razlici, 6.

NK Veliki više su golova primili nego što su ih dali. To se vidi i u negativnoj gol razlici, -5.

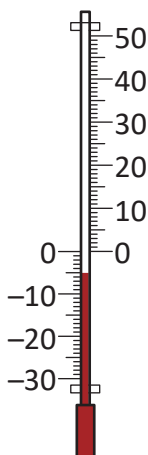


Tablicom je prikazan isječak statistike košarkaškog prvenstva.

poredak	ekipa	utakmice	pobjede	izgubljeno	dano koševa	primljeno koševa	koš razlika	bodovi
6	KK Luka	16	10	6	1 328	1 188	+140	26
7	KK Kwart	16	8	8	1 241	1 277	-36	24
8	KK Bojan	16	8	8	1 219	1 283	-64	24
9	KK Mladost	16	7	9	1 286	1 305	-19	23

Košarkaški klub KK Luka postigao je više koševa nego što ih je primio. To se vidi i kao pozitivna koš razlika, +140.

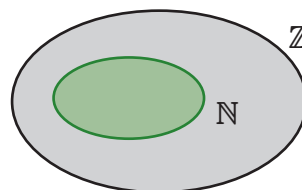
Ekipe KK Kwart i KK Bojan imaju jednak broj bodova. O boljem poretku odlučila je bolja koš razlika.



$$\mathbb{Z} = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

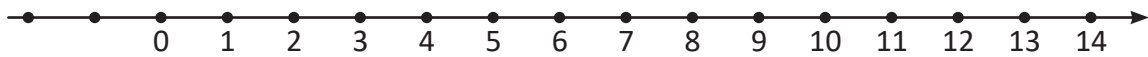
\mathbb{Z} – skup svih cijelih brojeva

Budući da su svi prirodni brojevi ujedno i cijeli brojevi, skup prirodnih brojeva pravi je podskup skupa cijelih brojeva ($\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$).



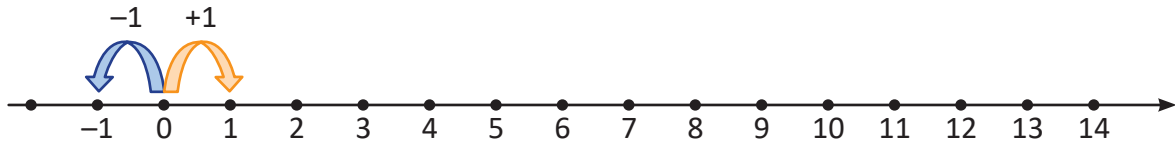
SKUP \mathbb{Z} I BROJEVNI PRAVAC

Nacrtajmo brojevni pravac i prikažimo na njemu neke prirodne brojeve i nulu.

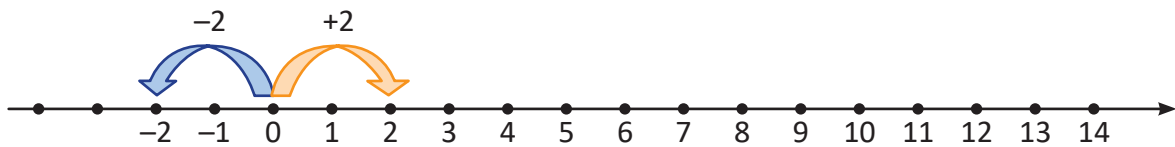


Pogledajmo koje ćemo negativne cijele brojeve pridružiti točkama koje se na ovoj slici nalaze lijevo od nule.

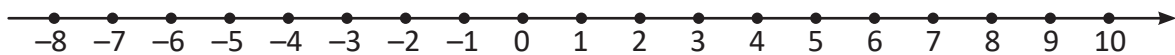
Broj -1 nalazi se lijevo od nule, na istoj udaljenosti od nule kao i broj 1 .



Broj -2 nalazi se lijevo od nule, na istoj udaljenosti od nule kao i broj 2 .

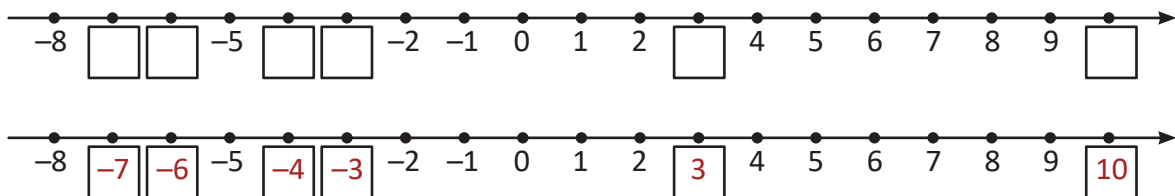


Prethodno opisanim postupkom možemo točkama pravca pridružiti sve cijele brojeve.



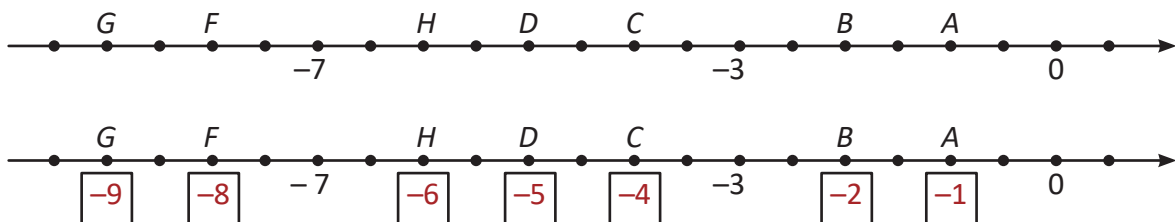
PRIMJER 1

Na sljedećoj slici točkama brojevnog pravca pridružimo cijele brojeve koji nedostaju.



PRIMJER 2

Istaknutim točkama pridružimo cijele brojeve.



Pišemo: $G(-9)$, $F(-8)$, $H(-6)$, $D(-5)$, $C(-4)$, $B(-2)$, $A(-1)$.

Kažemo:

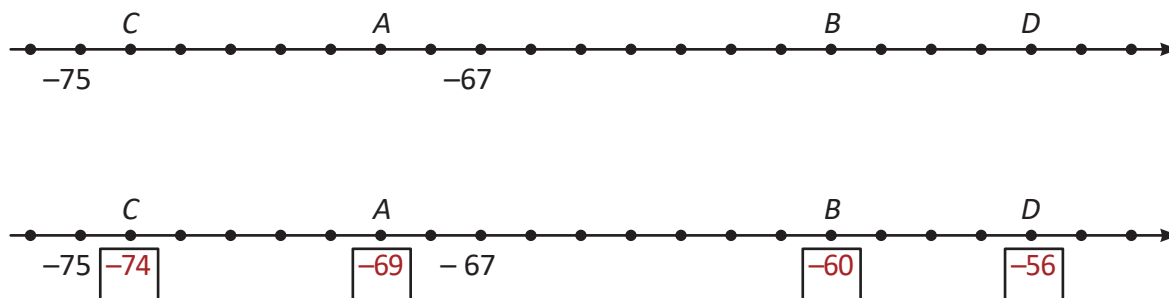
Broj -9 je **koordinata** točke G .

Broj -8 je **koordinata** točke F .

...

PRIMJER 3

Pridružimo istaknutim točkama cjelobrojne koordinate.

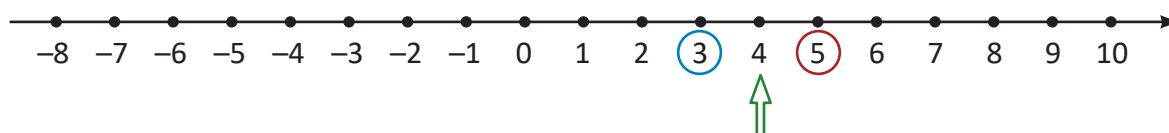


Pišemo: $C(-74)$, $A(-69)$, $B(-60)$, $D(-56)$.



Pogledajmo brojevni pravac i uočimo:

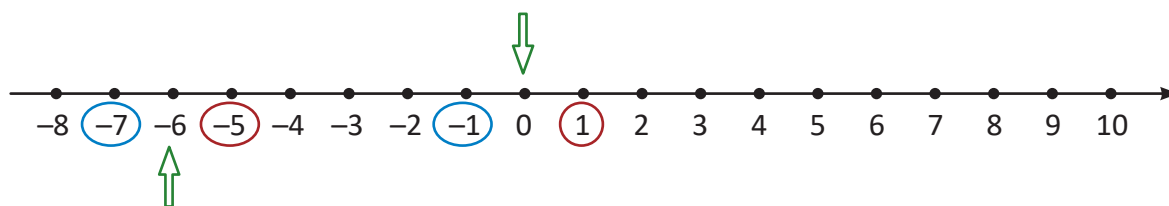
neposredni prethodnik broja 4 jest broj 3, a neposredni sljedbenik broja 4 jest broj 5.



Ponovimo!

Neposredni prethodnik nekog broja jest broj za jedan manji od zadanog broja.
Neposredni sljedbenik nekog broja jest broj za jedan veći od zadanog broja.

Neposredni prethodnik broja 0 jest broj -1 . Neposredni sljedbenik broja 0 jest broj 1.



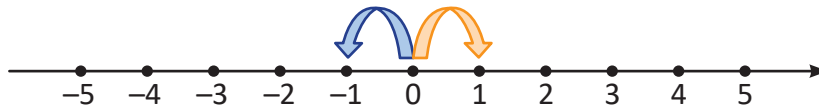
Neposredni prethodnik broja -6 jest broj -7 . Neposredni sljedbenik broja -6 jest broj -5 .

Svaki cijeli broj ima neposrednog prethodnika i neposrednog sljedbenika u skupu \mathbb{Z} .

Uoči!
Skup \mathbb{Z} ima beskonačno mnogo elemenata.



Promotrimo, još jednom, sljedeću sliku.



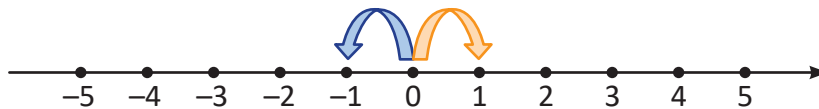
Brojevi -1 i 1 jednako su udaljeni od nule. Njihova udaljenost od nule je 1 .

Pišemo: $|-1| = |1| = 1$

$|-1|$ čitamo: apsolutna vrijednost ili modul broja -1

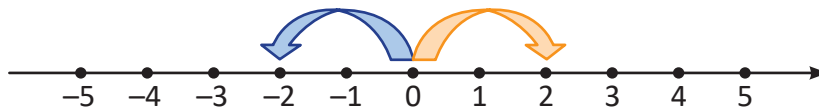
$|1|$ čitamo: apsolutna vrijednost ili modul broja 1

$$|-1| = |1| = 1$$



Brojevi -2 i 2 jednako su udaljeni od nule. Njihova udaljenost od nule je 2 .

$$|-2| = |2| = 2$$



Udaljenost cijelog broja od nule na brojevnom pravcu nazivamo **apsolutna vrijednost** ili **modul** cijelog broja.

$|z|$ – **apsolutna vrijednost** ili **modul** broja z

PRIMJER 4

Odredimo apsolutne vrijednosti brojeva 11 , 12 , 20 i 56 .

$$|11| = 11$$

$$|12| = 12$$

$$|20| = 20$$

$$|56| = 56$$

PRIMJER 5

Odredimo apsolutne vrijednosti brojeva -22 , -52 , -120 i $-1\ 056$.

$$|-22| = 22$$

$$|-52| = 52$$

$$|-120| = 120$$

$$|-1\ 056| = 1\ 056$$

PRIMJER 6

Odredimo apsolutnu vrijednost broja 0 .

$$|0| = 0$$

Uoči!

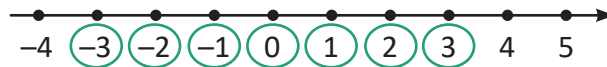
Apsolutna vrijednost nule jednaka je nuli.

Apsolutna vrijednost cijelog broja ($z \in \mathbb{Z}$) veća je ili jednaka nuli.

$$|z| \geq 0$$

PRIMJER 7

Odredimo sve cijele brojeve čija je apsolutna vrijednost manja od 4.



Cijeli brojevi čija je udaljenost od nule manja od 4, odnosno, čiji je modul manji od 4 jesu: -3, -2, -1, 0, 1, 2 i 3.

PRIMJER 8

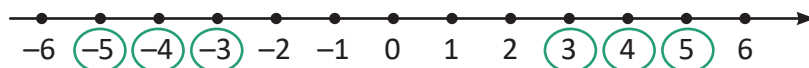
Odredimo sve cijele brojeve z za koje vrijedi $|z| \leq 7$.



$$z \in \{-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

PRIMJER 9

Odredimo sve cijele brojeve x za koje vrijedi $2 < |x| \leq 5$.



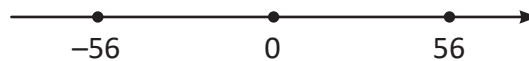
To su brojevi čija je udaljenost od nule veća od 2 i manja ili jednaka 5.

$$x \in \{-5, -4, -3, 3, 4, 5\}$$

PRIMJER 10

Odredimo sve cijele brojeve x za koje vrijedi $|x| = 56$.

$$|-56| = |56| = 56$$

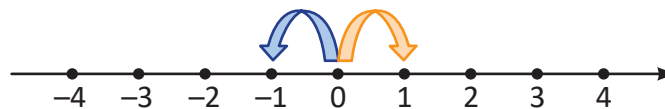


$$x \in \{-56, 56\}$$



Promotrimo brojeve čije su apsolutne vrijednosti jednake.

$$|-1| = |1| = 1$$



Brojevi -1 i 1 imaju jednake apsolutne vrijednosti i suprotne predznake.



Kažemo da su brojevi -1 i 1 **suprotni brojevi**.

$$|-2| = |2| = 2 \quad \text{Brojevi } -2 \text{ i } 2 \text{ suprotni su brojevi.}$$

$$|-3| = |3| = 3 \quad \text{Brojevi } -3 \text{ i } 3 \text{ suprotni su brojevi.}$$

...

Cijele brojeve jednakih apsolutnih vrijednosti i suprotnih predznaka nazivamo **suprotni brojevi**.

PRIMJER 11

U tablici su zadani cijeli brojevi. Dopunimo tablicu njima suprotnim brojevima.

broj	-234	345	-89	-321	18	-112	20	0	980	-33
suprotan broj										

broj	-234	345	-89	-321	18	-112	20	0	980	-33
suprotan broj	234	-345	89	321	-18	112	-20	0	-980	33



Uoči!

Nula je suprotan broj broja nula.

PRIMJER 12

Odredimo brojeve čija je apsolutna vrijednost 27.

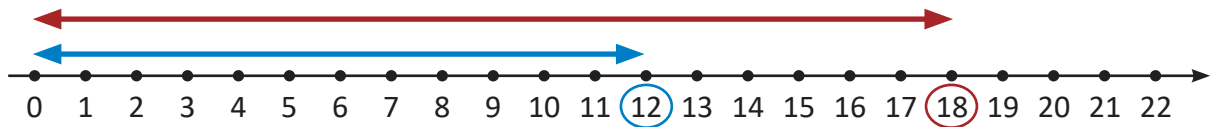
$$|-27| = |27| = 27$$

Brojevi čija je apsolutna vrijednost 27 jesu suprotni brojevi -27 i 27 .

USPOREĐIVANJE CIJELIH BROJEVA



Usporedimo cijele brojeve 12 i 18.



Broj 12 se na brojevnom pravcu nalazi lijevo od broja 18. Broj 12 manji je od broja 18.

Broj 12 bliži je nuli od broja 18. Broj 12 manji je od broja 18.

$$|12| < |18| \quad \text{pa je} \quad 12 < 18$$

Od dva pozitivna cijela broja manji je onaj koji ima manju apsolutnu vrijednost.



Usporedimo cijele brojeve -8 i 10 .



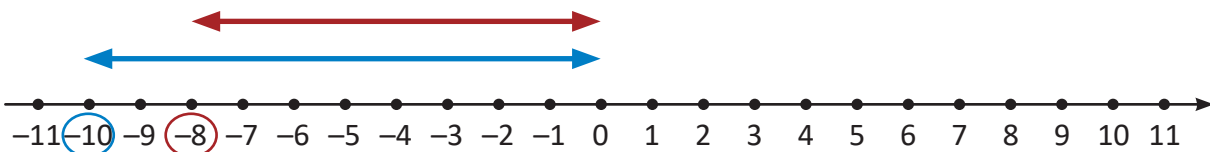
Broj -8 se na brojevnom pravcu nalazi lijevo od broja 10 . Broj -8 manji je od broja 10 .

$$-8 < 10$$

Svaki negativan cijeli broj manji je od svakog pozitivnog cijelog broja.
Nula je veća od svakog negativnog cijelog broja i manja od svakog pozitivnog.



Usporedimo cijele brojeve -8 i -10 .



Broj -10 se na brojevnom pravcu nalazi lijevo od broja -8 . Broj -10 manji je od broja -8 .

Broj -10 na većoj je udaljenosti od nule nego broj -8 . Broj -10 manji je od broja -8 .

$$|-10| > |-8| \quad \text{pa je} \quad -10 < -8$$

Od dva negativna cijela broja manji je onaj koji ima veću apsolutnu vrijednost.

PRIMJER 13

Koristeći se znakovima $<$ ili $>$ usporedimo cijele brojeve uz obrazloženje.

$$\begin{aligned} 34 &< 43 && \text{jer je } |34| < |43| \\ 75 &> 51 && \text{jer je } |75| > |51| \\ -35 &< -27 && \text{jer je } |-35| > |-27| \\ -570 &< -320 && \text{jer je } |-570| > |-320| \\ -67 &> -76 && \text{jer je } |-67| < |-76| \\ -630 &> -850 && \text{jer je } |-630| < |-850|. \end{aligned}$$

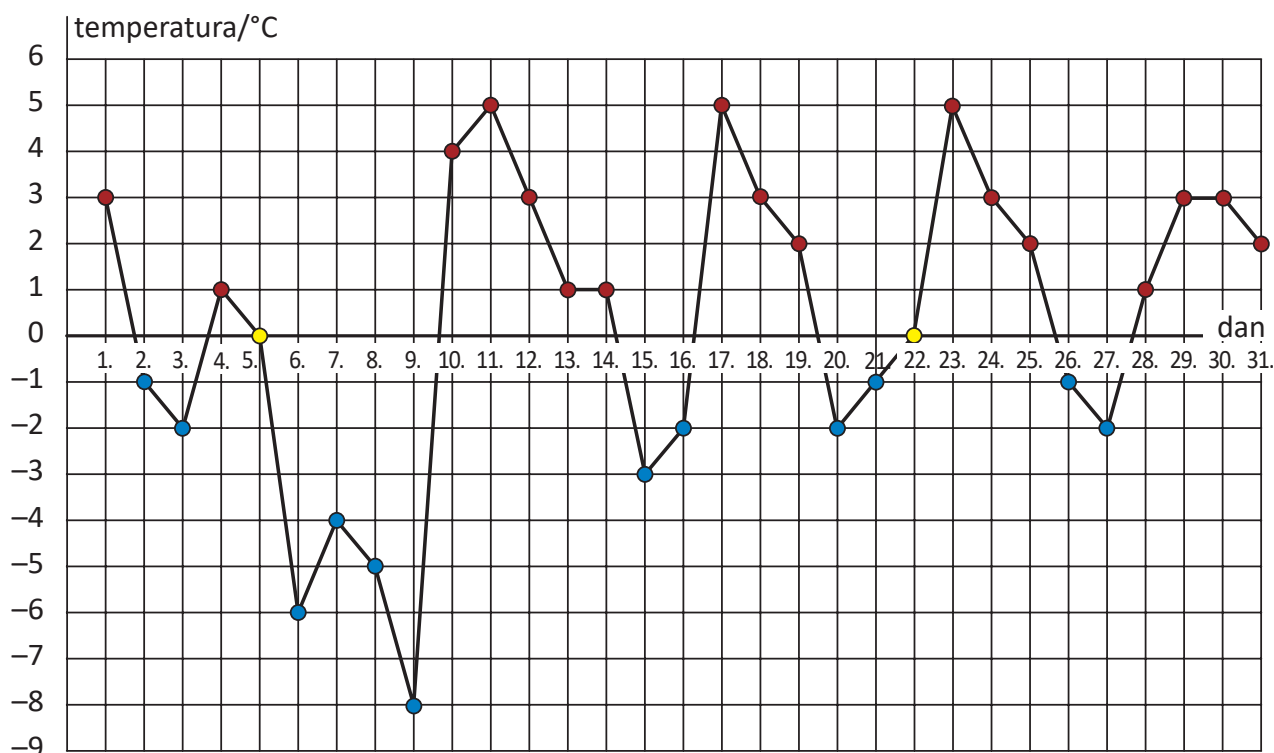
PRIMJER 14

Poredajmo, počevši od najmanjeg, brojeve $-45, 56, 78, -87, -78, -234, 432, 0$ i -233 .

$$-234 < -233 < -87 < -78 < -45 < 0 < 56 < 78 < 432$$



Promotrimo još jednom **linijski dijagram** kojim su prikazane temperature zraka u Zagrebu u siječnju. Prebrojimo koliko je dana temperatura bila veća od 0°C , koliko je dana bila manja od 0°C i koliko je dana bila jednaka 0°C .



Crvenim točkama na dijagramu prikazane su temperature veće od 0°C . Ima ih 17.

Žutim točkama prikazane su temperature jednake 0°C . Ima ih 2.

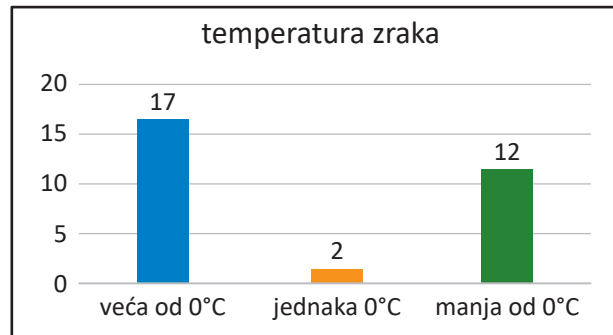
Plavim točkama prikazane su temperature manje od 0°C . Ima ih 12.

Grupiranjem i prebrajanjem istovrsnih podataka dobili smo njihove **frekvencije**.

Grupirane podatke prikazimo **tablicom frekvencija**.

temperatura zraka	frekvencija
veća od 0°C	17
jednaka 0°C	2
manja od 0°C	12

Frekvencije možemo prikazati i **stupčastim dijagramom**.



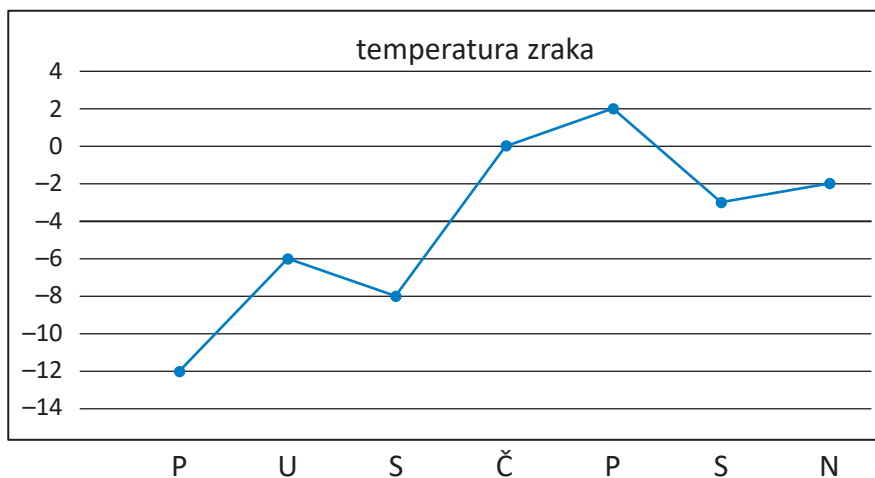
Podatke možemo prikazivati na različite načine: linijskim dijagramom, tablicom frekvencija, stupčastim dijagramom frekvencija...

PRIMJER 15

U tablici su navedene jutarnje temperature zraka u Ogulinu tijekom jednog tjedna u siječnju.

dan	ponedjeljak	utorak	srijeda	četvrtak	petak	subota	nedjelja
°C	-12	-6	-8	0	2	-3	-2

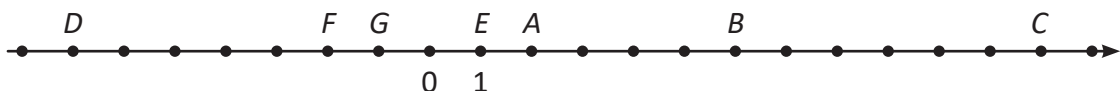
Prikažimo podatke linijskim dijagramom.



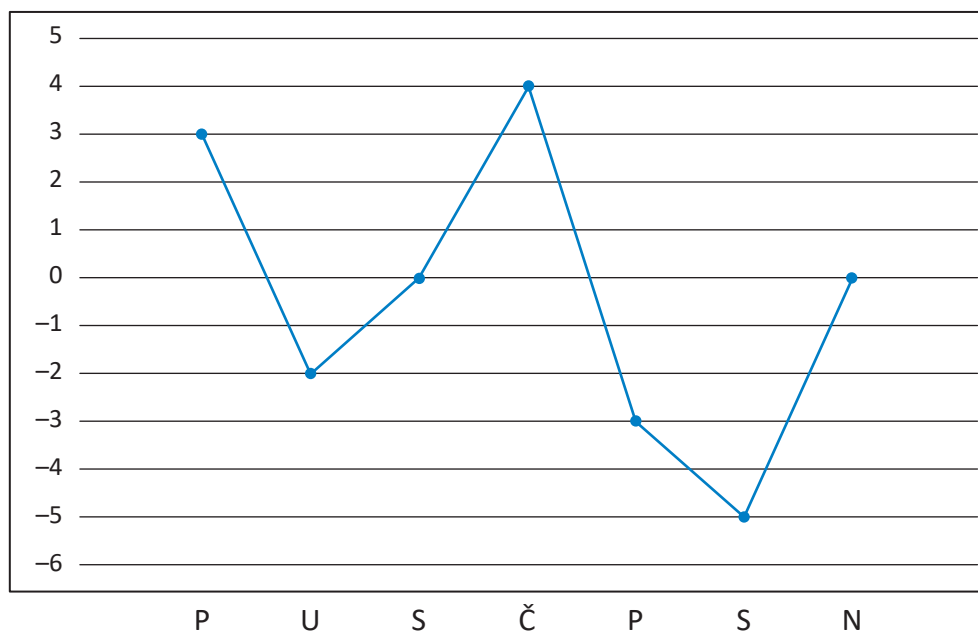
Uočimo da je najhladniji dan bio ponedjeljak, a najtopliji petak.

ZADATCI

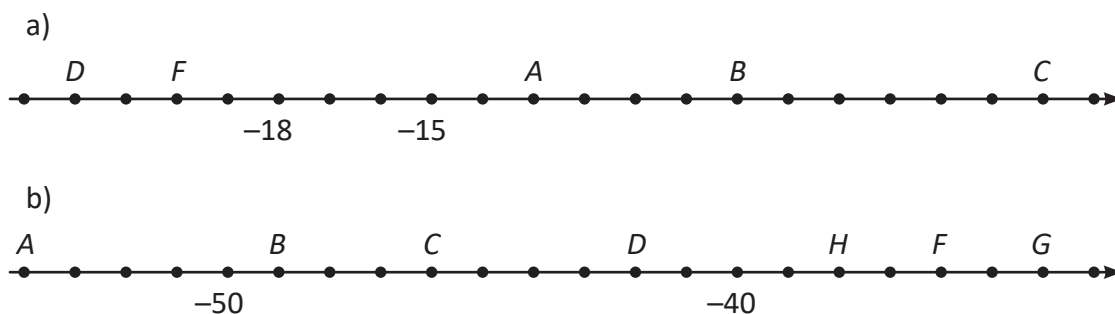
- Zadani su cijeli brojevi 2, -4, 12, 45, -31, 11, -12, -11, 76, -45, 34 i -56. Prepiši u bilježnicu pozitivne cijele brojeve.
- Napiši u bilježnicu koordinate istaknutih točaka A, B, C, D, E, F i G brojevnog pravca.



3. Nacrtaj brojevni pravac i na njemu istakni točke kojima su pridruženi brojevi:
 a) 0, 1, -1, 2, -5, 6, -8 i 7; b) -11, -8, -5 i -1.
4. Odredi apsolutnu vrijednost broja: 345, -567, 0, 1 200 i -12 378.
5. Napiši brojeve koji su suprotni brojevima:
 a) 56 b) -45 c) 879 d) -345.
6. Koji broj ima veću apsolutnu vrijednost?
 a) 67 ili 76 c) 0 ili -56 e) -456 ili -465
 b) -67 ili -76 d) -2 ili 0 f) 0 ili 12
7. Poredaj brojeve počevši s najmanjim: -12, 34, -11, 122, -56, 65, -43 i 15.
8. Dijagramom su prikazane temperature zraka (u °C) u Rijeci tijekom tjedan dana u veljači.



- a) Kojeg je dana izmjerena najveća temperatura?
 b) Kojeg je dana izmjerena najmanja temperatura?
 c) Poredaj dane u tjednu od najtoplijeg ka najhladnijem.
9. U bilježnicu zapiši koordinate istaknutih točaka brojevnog pravca.



15. Napiši brojeve čija je apsolutna vrijednost:

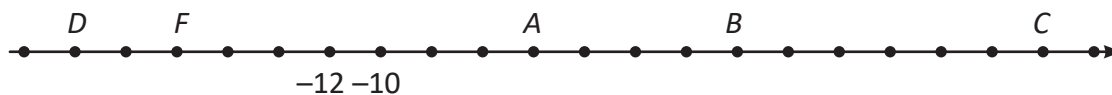
- a) 121 b) -54 c) 0.

16. Odredi sve cijele brojeve x za koje vrijedi:

- a) $|x| = 5$ b) $|x| = 11$ c) $|x| = 231$.

17. Napiši sve cijele brojeve x za koje vrijedi $|x| < 5$.

18. U bilježnicu zapiši koordinate istaknutih točaka brojevnog pravca.



19. Napiši sve cijele brojeve z za koje vrijedi $63 < |z| < 68$.

20. Navedene su približne godine izgradnje povijesnih građevina:

Partenon, Grčka, 438. g. pr. Kr.

Stonehenge, Engleska, 3100. g. pr. Kr.

Piramide u Gizi, Egipat, 2500. g. pr. Kr.

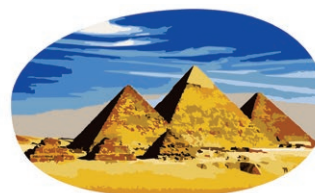
Prikaži ih na brojevnom pravcu.



Partenon



Stonehenge



piramide

21. Koliko ima cijelih brojeva čija je apsolutna vrijednost:

- a) pozitivna b) nula c) negativna?