

Sonja Eberling • Nevia Grbac • Sanja Janeš • Ivan Mrkonjić

# MOJA MATEMATIKA

# 5

udžbenik za učenike 5. razreda

prvo izdanje  
Zagreb, 2021.



# SADRŽAJ

<b>1. SKUPOVI.....</b>	<b>7</b>
POJAM SKUPA. PRIMJERI SKUPOVA.....	8
ZADAVANJE I OZNAČAVANJE SKUPOVA.....	10
VENNOVI DIJAGRAMI.....	11
PODSKUP. JEDNAKOST SKUPOVA.....	14
PRESJEK SKUPOVA.....	17
UNIJA SKUPOVA.....	19
<b>2. SKUP PRIRODNIH BROJEVA.....</b>	<b>25</b>
SKUP $\mathbb{N}_0$ .....	26
USPOREĐIVANJE U SKUPU $\mathbb{N}_0$ .....	32
BROJEVNI PRAVAC I SKUP $\mathbb{N}_0$ .....	35
ZAKRUŽIVANJE U SKUPU $\mathbb{N}_0$ .....	39
<b>3. ZBRAJANJE I ODUZIMANJE U SKUPU <math>\mathbb{N}_0</math>.....</b>	<b>43</b>
ZBRAJANJE I SVOJSTVA ZBRAJANJA.....	44
ODUZIMANJE.....	49
REDOSLIJED RAČUNANJA.....	53
JEDNADŽBE.....	56
<b>4. MNOŽENJE I DIJELJENJE U SKUPU <math>\mathbb{N}_0</math>.....</b>	<b>59</b>
MNOŽENJE I SVOJSTVA MNOŽENJA.....	60
DIJELJENJE.....	70
REDOSLIJED RAČUNANJA.....	75
JEDNADŽBE.....	78
<b>5. DJELJIVOST U SKUPU PRIRODNIH BROJEVA.....</b>	<b>80</b>
VIŠEKRAKNIK I DJELITELJ.....	81
DJELJIVOST ZBROJA, RAZLIKE I UMNOŠKA.....	85
DJELJIVOST S 10, 5, 2, 3, 9.....	88
PROSTI I SLOŽENI BROJEVI.....	93
RASTAVLJANJE BROJA NA PROSTE FAKTORE.....	95
JOŠ NEŠTO O DJELJIVOSTI.....	99
<b>6. MJERENJE.....</b>	<b>101</b>
VELIČINA. MJERENJE VELIČINE.....	102
MJERENJE POVRŠINE.....	109
MJERENJE VOLUMENA.....	116
MJERENJE TEKUĆINE.....	121
MJERENJE MASE.....	123
MJERENJE VREMENA.....	126
MJERENJE KUTA.....	128
RAČUNANJE S NOVCEM.....	130

<b>7. SKUPOVI TOČAKA U RAVNINI .....</b>	<b>132</b>
PRAVAC, POLUPRAVAC I DUŽINA U RAVNINI .....	133
KRUŽNICA I DIJELOVI KRUŽNICE .....	142
KRUG I DIJELOVI KRUGA .....	143
SIMETRALA DUŽINE .....	148
<b>8. TROKUT, PRAVOKUTNIK, KVADRAT.....</b>	<b>152</b>
TROKUT .....	153
PRAVOKUTNIK .....	160
KVADRAT .....	163
<b>9. KUT.....</b>	<b>167</b>
KUT .....	168
ODREĐIVANJE MJERE KUTA.....	170
SUSJEDNI KUTOVI.....	175
VRŠNI KUTOVI.....	177
KUTOVI UZ PRESJEČNICU USPOREDNIH PRAVACA.....	179
<b>10. OSNOSIMETRIČNI I CENTRALNOSIMETRIČNI LIKOVI.....</b>	<b>184</b>
OSNOSIMETRIČNI LIKOVI.....	185
CENTRALNOSIMETRIČNI LIKOVI.....	190
<b>11. RAZLOMCI.....</b>	<b>197</b>
UVOĐENJE RAZLOMAKA.....	198
RAZLOMCI I BROJEVNI PRAVAC.....	210
PRIMJENA RAZLOMAKA.....	213
<b>12. DECIMALNI BROJEVI.....</b>	<b>215</b>
DECIMALNI RAZLOMCI I DECIMALNI BROJEVI.....	216
DECIMALNI BROJEVI I BROJEVNI PRAVAC.....	222
USPOREĐIVANJE DECIMALNIH BROJEVA .....	224
ZAKRUŽIVANJE DECIMALNIH BROJEVA .....	225
<b>13. ZBRAJANJE I ODUZIMANJE DECIMALNIH BROJEVA.....</b>	<b>227</b>
ZBRAJANJE I ODUZIMANJE DECIMALNIH BROJEVA .....	228
<b>14. MNOŽENJE I DIJELJENJE DECIMALNIH BROJEVA.....</b>	<b>234</b>
MNOŽENJE PRIRODNIM BROJEM .....	235
DIJELJENJE PRIRODNIM BROJEM.....	238
MNOŽENJE DECIMALNIH BROJEVA.....	241
DIJELJENJE DECIMALNIH BROJEVA.....	244

# PREDGOVOR



Draga učenice, dragi učenice!

Pred tobom je dio nastavnih materijala za Matematiku petog razreda. U potpunosti prate ishode učenja koji su navedeni u predmetnom kurikulumu Matematike. Tablica tema i ishoda nalazi se na samom početku ovog udžbenika.

Moja matematika 5 podijeljena je na teme. Svaka je tema razrađena kroz manje dijelove, postupno i s mnoštvom riješenih primjera. To će ti olakšati učenje i omogućiti samostalnost u procesu učenja.

U nekim ćeš temama naići na podnaslove koji su istaknuti plavom, a ne crnom bojom. To je znak da se radi o sadržajima koje nisi obavezan usvojiti, ali možeš, ako želiš, naučiti nešto više.









U nekim se temama nalaze neobvezni sadržaji istaknuti plavim okvirom.

Svaki dio, tako podijeljene teme, započinje motivacijskom pričom koja je istaknuta oznakom . Svi zaključci u udžbeniku istaknuti su oznakom . Sve definicije i poopćenja nalaze se u crvenim okvirima. Mali podsjetnici na važnije pojmove ili pravila, koji su prethodno obrađeni, nalaze se u zelenim okvirima. U udžbeniku postoje i dijelovi koji su istaknuti plavim okvirom. To su dodatni sadržaji koji nisu obavezni i namijenjeni su onima koji žele naučiti i nešto više.

U nastavnim materijalima nalaze se **4 vrste zadataka**:

- **Primjeri** – u potpunosti riješeni zadatci
- **Zadatci** – skupine zadataka koje prate gradivo
- **Zadatci za vježbu** – nalaze se na elektroničkoj platformi Mozabook
- **Provjeri svoje znanje** – nalaze se na elektroničkoj platformi Mozabook

Svi su zadatci grupirani prema razinama usvojenosti u 4 skupine koje su obilježene bojama:

	zadovoljavajuća razina	
	dobra razina	
	vrlo dobra razina	
	iznimna razina	

Za sve zadatke pripremljena su rješenja. Na kraju udžbenika nalazi se i **Projektni zadatak**.

Uz svaku temu na elektroničkoj platformi Mozabook pripremljeno je mnoštvo interaktivnih zadataka rješavanjem kojih možeš uvježbati i provjeriti naučeno. U Mozabooku su ti na raspolaganju detaljniji opisi i animacije uz koje ćeš lakše savladati i neke geometrijske sadržaje.

Nadamo se da ćeš se sa zadovoljstvom koristiti ovim nastavnim materijalom koji će ti zasigurno omogućiti usvajanje matematičkih znanja, vještina i procesa na zanimljiv i kreativan način.

Autori

# SKUPOVI



## NAUČIT ĆEŠ:

- ⇒ prepoznati i oblikovati skupove
- ⇒ zadavati i označavati skupove, upotrebljavati Vennove dijagrame
- ⇒ određivati presjek i uniju skupova
- ⇒ koristiti se matematičkim simbolima u zapisu skupova i odnosa među njima

# POJAM SKUPA, PRIMJERI SKUPOVA



Sa skupovima se često susrećemo u matematici, ali i u svakodnevnom životu. Iz primjera koje ćemo navesti moći ćeš zaključiti što je to skup.

Svi učenici petih razreda tvoje škole čine jedan skup. Član tog skupa si i ti.



Svi stanovnici Hrvatske čine jedan skup. Članovi tog skupa su svi ljudi koji žive u Hrvatskoj.



Objekte od kojih je skup sačinjen nazivamo članovi ili elementi.

Na sljedećim su slikama primjeri skupova čiji su elementi mačke, psi i lopte.



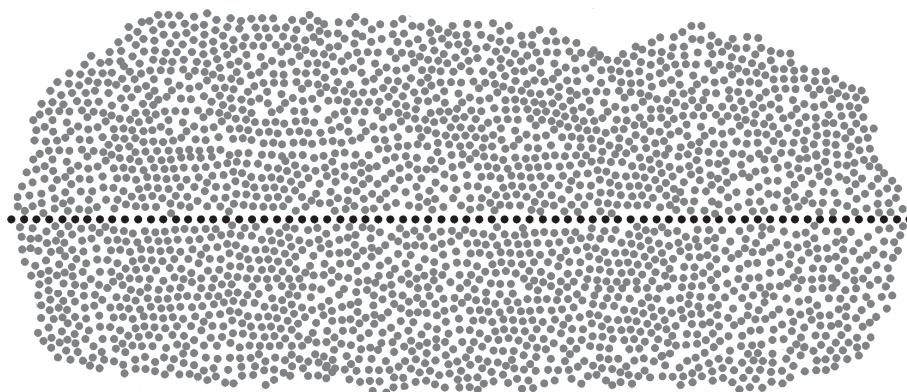
Sva slova hrvatske abecede čine jedan skup. Taj skup ima 30 elemenata.

Svi samoglasnici hrvatske abecede čine jedan skup. Elementi tog skupa su slova *a, e, i, o, u*.

Svi dvoznamenkasti brojevi manji od 20 čine jedan skup. Elementi tog skupa su brojevi: 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19. Taj skup ima 10 elemenata.

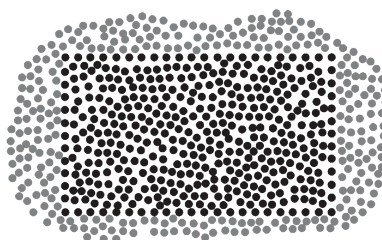
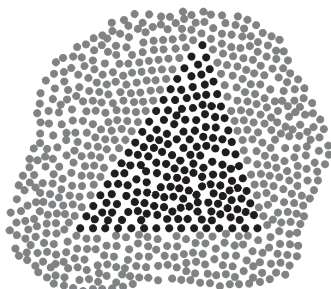
Svi parni brojevi čine jedan skup. Skup svih parnih brojeva ima beskonačno mnogo elemenata.

Ravnina je skup točaka. Elementi ravnine su točke. Ravnina ima beskonačno mnogo elemenata. Pravac dijeli ravninu na dvije poluravnine.

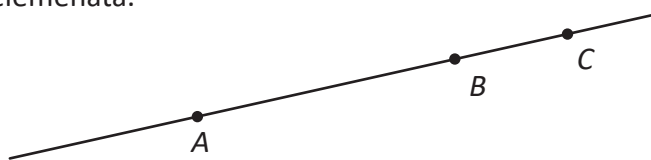


Trokut je skup točaka.

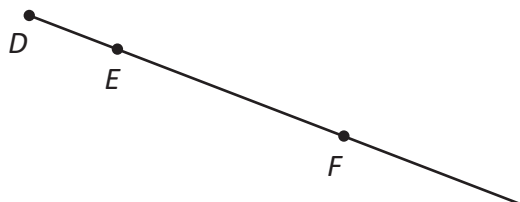
I pravokutnik je skup točaka.



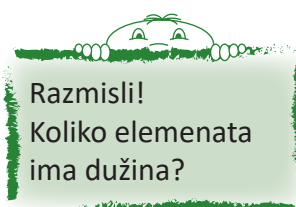
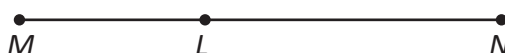
Svaki pravac je skup točaka. Elementi pravca su točke tog pravca. Pravac je skup koji ima beskonačno mnogo elemenata.



Svaki polupravac je skup točaka. Elementi polupravca su sve njegove točke. Polupravac je skup koji ima beskonačno mnogo elemenata.

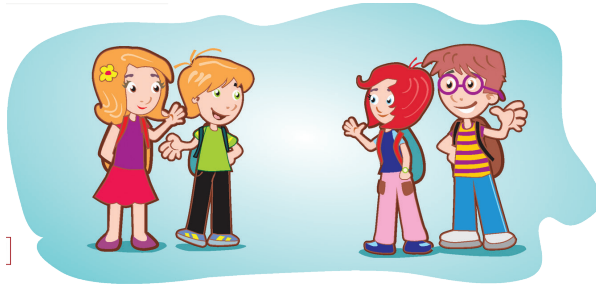


Svaka dužina je skup točaka. Elementi dužine su sve točke te dužine.



# ZADAVANJE I OZNAČAVANJE SKUPOVA

Skup možemo zadati **navođenjem njegovih elemenata**. Elemente skupa zapisujemo unutar vitičastih zagrada.



{Lara, Jani, Karlo, Saša}

## PRIMJER 1

Skup čiji su elementi samoglasnici  $a, e, i, o, u$  je skup  $\{a, e, i, o, u\}$ . Primijetimo da ovaj skup ima 5 elemenata.

Skup čiji su elementi brojevi 10, 12, 14, ..., 98, tj. svi dvoznamenkasti parni brojevi, je skup  $\{10, 12, 14, \dots, 98\}$ . Primijetimo da nismo zapisivali sve elemente tog skupa.

Oba skupa imaju **konačno mnogo elemenata**.

Skup čiji su elementi svi neparni brojevi je skup  $\{1, 3, 5, 7, \dots\}$ . Niti ovdje nismo zapisivali sve elemente skupa. Ovaj skup ima **beskonačno mnogo elemenata**.



Zamislimo skup čiji su elementi svi stanovnici Hrvatske. Jedan od načina zadavanja tog skupa je da navedemo, poimence, svakog stanovnika Hrvatske. Zadavanje skupa na taj način je nepraktično.

Ali, možemo to učiniti i na sljedeći način:

$\{x : x \text{ je stanovnik Hrvatske}\}$

ili

$\{x \mid x \text{ je stanovnik Hrvatske}\}$

Simbole  $:$  i  $\mid$  čitamo:  
„za koje vrijedi“  
ili „takvih da je“  
ili „sa svojstvom da je“

Čitamo: „Skup svih elemenata  $x$  koji imaju svojstvo da je  $x$  stanovnik Hrvatske.“



Skup možemo zadati i **navođenjem svojstva koje imaju svi njegovi elementi**.



$\{d : d \text{ je učenik petog razreda koji ide na dodatnu nastavu iz matematike}\}$

## PRIMJER 2

$\{n : n \text{ je paran broj manji od } 100\}$

„Skup svih elemenata  $n$  za koje vrijedi da je  $n$  paran broj manji od 100.“



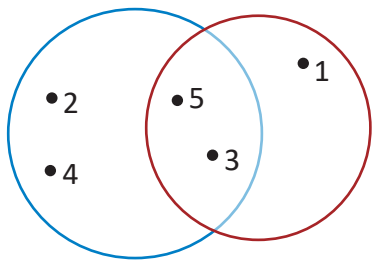
Pokušajmo zamisliti skup svih smiješnih filmova. Pripada li neki film skupu svih smiješnih filmova ne može se sa sigurnošću utvrditi. Film koji je nekome smiješan, nekom drugom nije smiješan. Za takav skup kažemo da nije dobro određen.



Za skup kažemo da je **dobro određen ako za bilo koji objekt možemo sa sigurnošću ustanoviti pripada li tom skupu ili ne**.

# VENNOVI DIJAGRAMI

Skupove često prikazujemo tzv. Vennovim dijagramima.



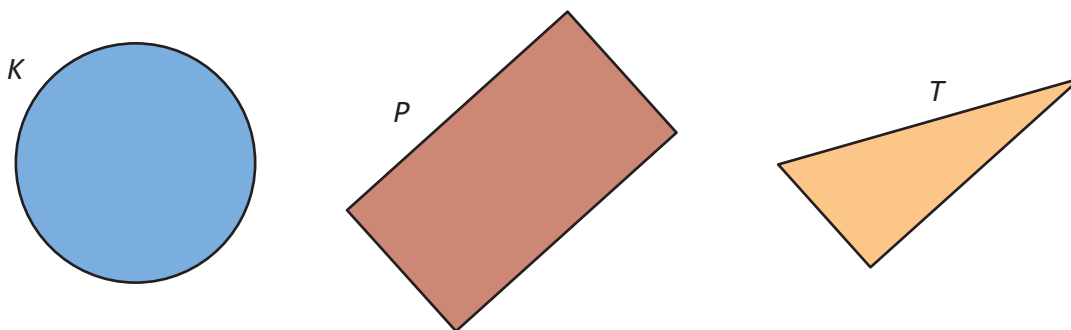
Švicarski matematičar Leonhard Euler (1707. – 1783.) prvi je upotrebljavao krugove za označavanje skupova i odnosa među njima. Engleski logičar John Venn (1834. – 1923.) proširio je tu ideju i na ostale geometrijske likove.

Na slici su Vennovi dijagrami skupova  $\{2, 5, 4, 3\}$  i  $\{5, 1, 3\}$ . Uočimo da su 5 i 3 zajednički elementi tih dvaju skupova.

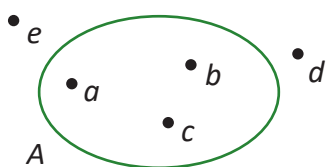


**Vennovi dijagrami pomažu da lakše uočimo i shvatimo odnose među skupovima.**

Skupove najčešće označavamo velikim tiskanim slovima.



Prikažimo Vennovim dijagramom skup  $A$  skup čiji su elementi  $a, b, c$ .



Pišemo:  $A = \{a, b, c\}$

Možemo uočiti da elementi  $a, b, c$  pripadaju skupu  $A$ .

Pišemo:

Čitamo:

$a \in A$  „ $a$  je element skupa  $A$ “ ili „ $a$  pripada skupu  $A$ “

$b \in A$  „ $b$  je element skupa  $A$ “ ili „ $b$  pripada skupu  $A$ “

$c \in A$  „ $c$  je element skupa  $A$ “ ili „ $c$  pripada skupu  $A$ “

Isto tako, možemo uočiti da  $d$  i  $e$  ne pripadaju skupu  $A$ .

Pišemo:

Čitamo:

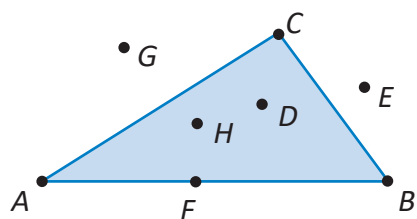
$d \notin A$  „ $d$  nije element skupa  $A$ “ ili „ $d$  ne pripada skupu  $A$ “

$e \notin A$  „ $e$  nije element skupa  $A$ “ ili „ $e$  ne pripada skupu  $A$ “

$\in$  „je element skupa“  
 $\notin$  „nije element skupa“

**PRIMJER 3**

Podsjetimo se da je i trokut skup točaka ravnine. Označimo ga sa  $T$ . Na slici je prikazan trokut  $T$  i istaknute su neke točke ravnine.



Točke  $A, B, C$  (vrhovi trokuta) i točke  $F, D, H$  pripadaju trokutu  $T$ .

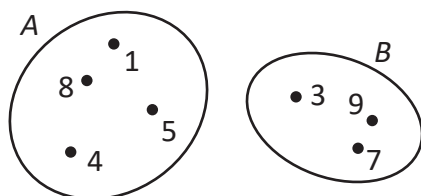
$$A \in T, B \in T, C \in T, F \in T, D \in T, H \in T$$

Točke  $E$  i  $G$  ne pripadaju trokutu  $T$ .

$$E \notin T, G \notin T$$

**PRIMJER 4**

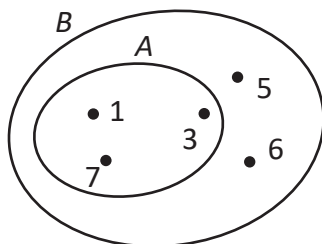
Promotrimo sljedeće Vennove dijagrame. Ispišimo elemente prikazanih skupova:



$$A = \{8, 1, 5, 4\}$$

$$B = \{3, 7, 9\}$$

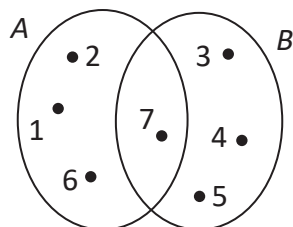
Primijetimo da skupovi  $A$  i  $B$  nemaju zajedničkih elemenata.



$$A = \{1, 7, 3\}$$

$$B = \{1, 7, 3, 5, 6\}$$

Primijetimo da je svaki element skupa  $A$  ujedno i element skupa  $B$ .



$$A = \{2, 1, 7, 6\}$$

$$B = \{3, 7, 4, 5\}$$

Primijetimo da je 7 zajednički element skupova  $A$  i  $B$ , tj.  $7 \in A$  i  $7 \in B$ .

**PRIMJER 5**

Neka je  $A$  skup svih parnih brojeva koji su manji od 10. Zapišimo skup  $A$  na dva načina: navođenjem njegovih elemenata i navođenjem svojstva koje imaju elementi tog skupa.

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$A = \{x : x \text{ je paran broj manji od } 10\}$$

**PRIMJER 6**

Zadan je skup  $X = \{x : x \text{ je neparan broj manji od } 4\}$ . Zapišimo ga navođenjem njegovih elemenata.

Skup  $X$  ima dva elementa. To su brojevi 1 i 3.

Skup koji ima dva elementa nazivamo **dvočlani skup** ili **par**.

$$X = \{1, 3\}$$

**PRIMJER 7**

Zadan je skup  $Y = \{y \mid 2 \cdot y = 16\}$ . Zapišimo ga navođenjem njegovih elemenata.

Skup  $Y$  je skup svih brojeva koji pomnoženi brojem 2 daju 16. Jedini takav broj je 8.

Skup  $Y$  ima jedan element. Skup koji ima jedan element nazivamo **jednočlani skup**.

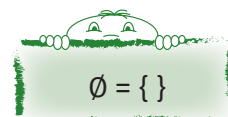
$$Y = \{8\}$$

**PRIMJER 8**

Zadan je skup  $S = \{x : x \text{ je paran broj i } x \text{ je neparan broj}\}$ . Zapišimo ga navođenjem njegovih elemenata.

Skup  $S$  je skup čiji su elementi svi brojevi koji su istovremeno parni i neparni. Kako ne postoje takvi brojevi, skup  $S$  nema niti jedan element. Kažemo da je skup  $S$  prazan skup.

$$S = \{ \} = \emptyset$$



$$\emptyset = \{ \}$$

Skup koji nema niti jedan element naziva se **prazan skup** i označava sa  $\{ \}$  ili  $\emptyset$ .

# PODSKUP JEDNAKOST SKUPOVA



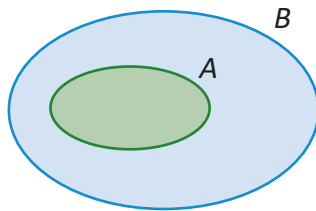
Neka je  $S$  skup svih učenika tvoje škole, a  $P$  skup svih učenika petog razreda tvoje škole. Svaki učenik petog razreda ujedno je i učenik tvoje škole.

Kažemo: „skup  $P$  je podskup skupa  $S$ ”.

Pišemo:  $P \subseteq S$ .

$\subseteq$  „je podskup od”

Skup  $A$  je podskup skupa  $B$  ako je svaki element skupa  $A$  ujedno i element skupa  $B$ .



Pišemo:  $A \subseteq B$

Ako je  $C \subseteq D$  i skup  $D$  ima barem jedan element koji ne pripada skupu  $C$ , kažemo da je  $C$  pravi podskup od  $D$ .

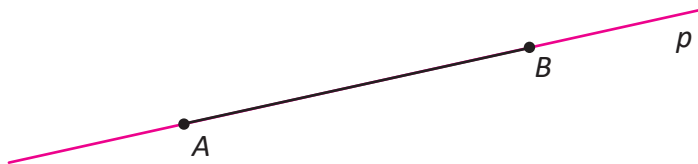
Pišemo  $C \subset D$ .

Npr.

Ako je  $C = \{\star, \diamond\}$  i  $D = \{\star, \triangle, \diamond\}$  tada je  $C \subset D$ .

## PRIMJER 9

Podsjetimo se da su dužina i pravac također skupovi točaka. Svaka točka dužine ujedno je i točka pravca kojem ta dužina pripada.



Dužina  $\overline{AB}$  je podskup pravca  $p$ .

$\overline{AB} \subseteq p$ .

## PRIMJER 10

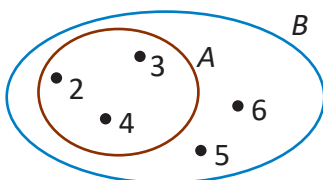
Zadan je skup  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Odredimo skup  $B$ , koji je podskup skupa  $A$ , tako da su njegovi elementi svi parni brojevi iz skupa  $A$ .

Skup  $B$  je podskup skupa  $A$ . Svaki element skupa  $B$  mora ujedno biti i element skupa  $A$  te mora biti paran broj.

Elementi skupa  $B$  su brojevi 2 i 4, tj.  $B = \{2, 4\}$ .

## PRIMJER 11

Neka je  $A = \{2, 3, 4\}$ ,  $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ . Prikažimo skupove  $A$  i  $B$  Vennovim dijagramima.



Elementi skupa  $B$  koji ne pripadaju skupu  $A$  čine skup  $\{5, 6\}$ .

Uočimo da je svaki element skupa  $A$  ujedno i element skupa  $B$ . Dakle,  $A \subseteq B$ .

Vrijedi i:  $A \subseteq A$   
 $B \subseteq B$

Svaki skup je podskup samog sebe.

Prazan skup je podskup svakog skupa.

**PRIMJER 12**

Zadani su skupovi  $M = \{1, 3, 2, 4\}$ ,  $A = \{4, 2, 1\}$ ,  $B = \{5, 1, 3\}$ ,  $C = \{2, 4\}$ .

a) Koji su od zadanih skupova podskupovi skupa  $M$ ?

Svaki element skupa  $A$  ujedno je i element skupa  $M$ .  $A \subseteq M$

Svaki element skupa  $C$  ujedno je i element skupa  $M$ .  $C \subseteq M$

b) Koji od zadanih skupova nije podskup skupa  $M$ ?

Postoji element skupa  $B$  koji nije element skupa  $M$ . ( $5 \in B$ ,  $5 \notin M$ )

Skup  $B$  nije podskup skupa  $M$ .  $B \not\subseteq M$

$\not\subseteq$  „nije podskup od”

Za dva skupa kažemo da su jednaki ako se sastoje od istih elemenata.

**PRIMJER 13**

Zadani su skupovi  $A = \{a, c, b, d\}$  i  $B = \{d, b, c, a\}$ . Jesu li skupovi  $A$  i  $B$  jednaki?

Skupovi  $A$  i  $B$  sastoje se od istih elemenata pa su jednaki.

Pišemo:  $A = B$



**Primijetimo da redoslijed navođenja elemenata u skupu nije bitan.**

**PRIMJER 14**

Jesu li jednaki skupovi  $C = \{1, 2, 3, 4\}$  i  $D = \{2, 2, 1, 4, 4, 4, 4, 3, 3, 3\}$ ?

Skupovi  $C$  i  $D$  sastoje se od istih elemenata pa su jednaki.

$$\{a, b\} = \{b, a\}$$

$$\{a, a, a, a, a, \dots\} = \{a\}$$

Pišemo:  $C = D$



**Ako su u skupu neki elementi i zapisani više puta, dovoljno ih je zapisati samo jedanput.**

**PRIMJER 15**

Neka je  $A$  skup znamenaka broja 32 345, a  $B$  skup znamenaka broja 5 432. Je li  $A = B$ ?

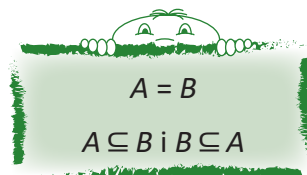
$$A = \{3, 2, 3, 4, 5\} = \{3, 2, 4, 5\}$$

$$B = \{5, 4, 3, 2\}$$

Skupovi  $A$  i  $B$  sastoje se od istih elemenata pa su jednaki.

Primijetimo da je svaki element skupa  $A$  ujedno i element skupa  $B$ , dakle  $A \subseteq B$ .

Također, primijetimo da je svaki element skupa  $B$  ujedno i element skupa  $A$ , dakle  $B \subseteq A$ .

**PRIMJER 16**

a) Zadani su skupovi  $A = \{0, 1, 2, 3\}$  i  $B = \{1, 2, 3\}$ . Je li  $A = B$ ?

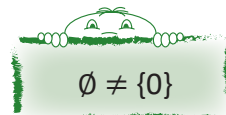
Skupovi  $A$  i  $B$  ne sastoje se od istih elemenata ( $0 \in A, 0 \notin B$ ) pa nisu jednaki.

Za skupove koji nisu jednaki kažemo i da su različiti skupovi.

Pišemo:  $A \neq B$ .

b) Zadani su skupovi  $C = \{\}$  i  $D = \{0\}$ . Je li  $C = D$ ?

Skup  $C$  je prazan skup (nema elemenata). Skup  $D$  ima jedan element, broj 0, pa je jednočlan skup. Skupovi  $C$  i  $D$  su različiti skupovi,  $C \neq D$ .



# PRESJEK SKUPOVA

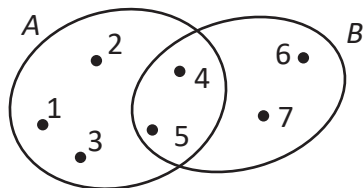


Zadani su skupovi  $A = \{\heartsuit, \circ, \square, \blacksquare\}$  i  $B = \{\star, \square, \blacktriangle, \blacklozenge\}$ .

Zajednički elementi skupova  $A$  i  $B$  su  $\square$  i  $\blacklozenge$ .



Zadani su skupovi  $A = \{2, 1, 3, 4, 5\}$  i  $B = \{4, 5, 6, 7\}$ .



Zajednički elementi skupova  $A$  i  $B$  su 4 i 5.

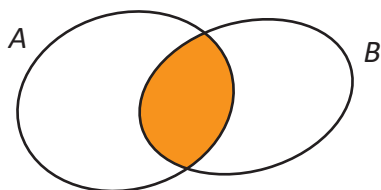
Kažemo: Presjek skupova  $A$  i  $B$  je skup  $\{4, 5\}$ .

Pišemo:  $A \cap B = \{4, 5\}$ .



**U presjeku skupova  $A$  i  $B$  nalaze se svi elementi koji su zajednički skupu  $A$  i skupu  $B$ .**

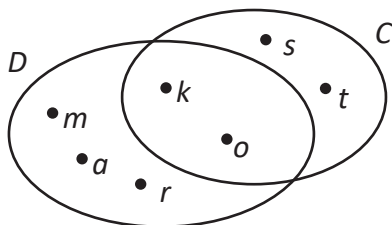
Presjek skupova  $A$  i  $B$  je skup svih elemenata koji pripadaju skupu  $A$  i skupu  $B$ .



$$A \cap B = \{x : x \in A \text{ i } x \in B\}$$

## PRIMJER 17

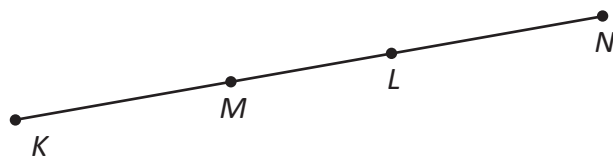
Neka je  $D = \{m, a, r, k, o\}$  i  $C = \{k, o, s, t\}$ . Prikažimo skupove  $C$  i  $D$  Vennovim dijagramima te odredimo skup  $S$  koji je presjek skupova  $D$  i  $C$ .



$$S = D \cap C = \{k, o\}$$

## PRIMJER 18

Podsjetimo se da je svaka dužina skup točaka. Zajedničke točke dužina  $\overline{KL}$  i  $\overline{MN}$  na slici su točke dužine  $\overline{ML}$ . Dužina  $\overline{ML}$  je presjek dužina  $\overline{KL}$  i  $\overline{MN}$ .



$$\overline{KL} \cap \overline{MN} = \overline{ML}$$

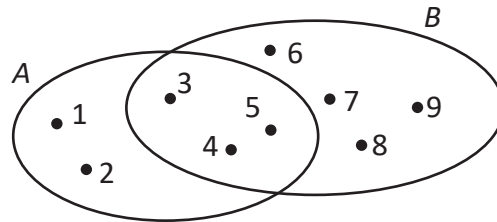
**PRIMJER 19**

Neka je  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  i  $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ . Odredimo sve brojeve koji pripadaju **skupu A i skupu B**.

Skup brojeva koji pripadaju skupu A i skupu B je skup svih zajedničkih elemenata skupova A i B.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

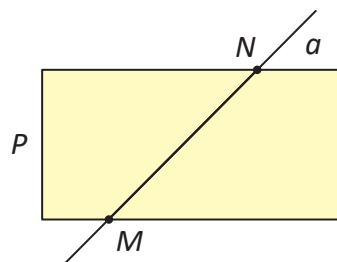


Skup svih zajedničkih elemenata skupova A i B je presjek skupova A i B,  $A \cap B = \{3, 4, 5\}$ .

Traženi brojevi su 3, 4 i 5.

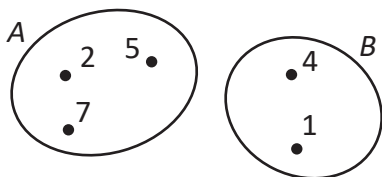
**PRIMJER 20**

Odredimo presjek pravca i pravokutnika na slici.



$$P \cap a = \overline{MN}$$

Pravokutnik  $P$  i pravac  $a$  su skupovi točaka. Presjek skupova  $P$  i  $a$  je novi skup. Elementi tog skupa su točke koje su zajedničke točke pravca i pravokutnika. Uočimo da je presjek pravca  $a$  i pravokutnika  $P$  dužina čije su krajnje točke  $M$  i  $N$ .

**PRIMJER 21**

Primijetimo da skupovi A i B nemaju zajedničkih elemenata. Dakle, presjek skupova A i B je prazan skup.

$$A \cap B = \{\} = \emptyset$$



Za dva skupa čiji je presjek prazan skup kažemo da su disjunktni skupovi.

# UNIJA SKUPOVA

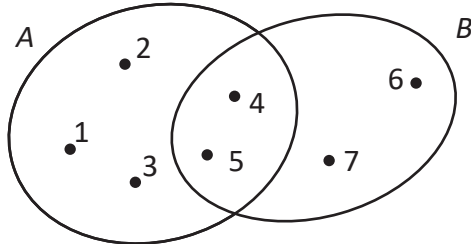


Zadani su skupovi  $A = \{\heartsuit, \circ, \square, \blacksquare\}$  i  $B = \{\star, \square, \blacktriangle, \heartsuit\}$ .

Svi elementi skupa  $A$  zajedno sa svim elementima skupa  $B$  čine skup  $\{\heartsuit, \circ, \square, \blacksquare, \star, \blacktriangle\}$ .



Odredimo skup koji čine svi elementi skupa  $A = \{2, 1, 3, 4, 5\}$  zajedno sa svim elementima skupa  $B = \{4, 5, 6, 7\}$ .



Skup koji čine svi elementi koji pripadaju skupu  $A$  ili skupu  $B$  je skup  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ .

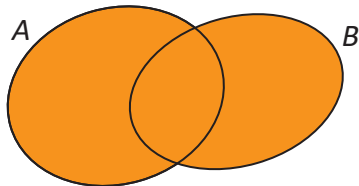
Kažemo: Unija skupova  $A$  i  $B$  je skup  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ .

Pišemo:  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ .



**U uniji skupova  $A$  i  $B$  nalaze se svi elementi skupa  $A$  zajedno sa svim elementima skupa  $B$ .**

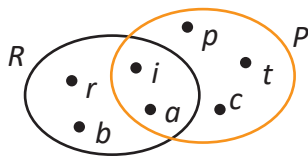
Unija skupova  $A$  i  $B$  je skup svih elemenata koji pripadaju skupu  $A$  ili skupu  $B$ .



$$A \cup B = \{x : x \in A \text{ ili } x \in B\}$$

## PRIMJER 22

Odredimo  $R \cup P$  za skupove  $R = \{r, i, b, a\}$  i  $P = \{p, t, i, c, a\}$ .



Uočimo da skupovi  $R$  i  $P$  imaju zajedničke elemente. Presjek skupova  $R$  i  $P$  je skup  $\{i, a\}$ .

Elementi skupa  $R$  koji nisu elementi presjeka skupova  $R$  i  $P$  čine skup  $\{r, b\}$ .

Elementi skupa  $P$  koji nisu elementi presjeka skupova  $R$  i  $P$  čine skup  $\{p, t, c\}$ .

Skup  $R \cup P$  čine svi elementi skupa  $R$  zajedno sa svim elementima skupa  $P$ .

Dakle,  $R \cup P = \{r, i, b, a, p, t, c\}$ .

**PRIMJER 23**

Podsjetimo se da je svaka dužina skup točaka. Skup koji čine sve točke koje pripadaju dužini  $\overline{KL}$  ili dužini  $\overline{MN}$  na slici su točke dužine  $\overline{KN}$ . Dužina  $\overline{KN}$  je unija dužina  $\overline{KL}$  i  $\overline{MN}$ .

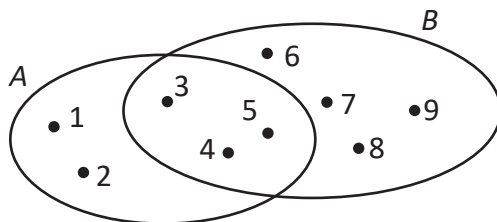


$$\overline{KL} \cup \overline{MN} = \overline{KN}$$

**PRIMJER 24**

Neka je  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  i  $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ . Odredimo sve brojeve koji pripadaju **skupu A ili skupu B**.

Skup svih brojeva koji pripadaju skupu A ili skupu B je skup svih elemenata skupa A zajedno sa svim elementima skupa B.

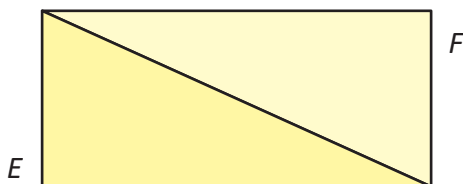


Skup svih elemenata skupa A zajedno sa svim elementima skupa B je unija skupova A i B,  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ .

Traženi brojevi su 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9.

**PRIMJER 25**

Odredimo uniju pravokutnih trokuta E i F na slici.



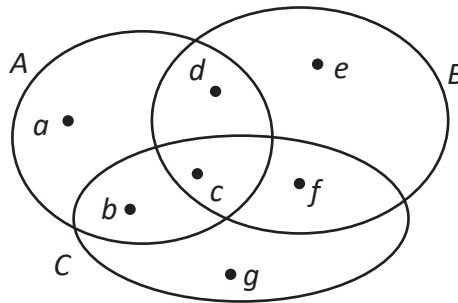
Trokut E i trokut F su skupovi točaka. Unija skupova E i F je novi skup. Elementi tog skupa su točke koje pripadaju trokutu E ili trokutu F. Uočimo da je unija trokuta E i F pravokutnik.

## ZADATCI

- Zapiši da je  $S$  skup čiji su elementi  $1, b, a, 3, 7$ .
- Koliko elemenata ima skup  $\{\heartsuit, \circ, \square, \blacksquare, \star, \blacktriangle\}$ ?
- Koliko elemenata ima skup  $\{\text{broj}, 8, \text{slovo}, a\}$ ?
- Napiši jedan skup koji ima točno dva elementa.
- Prikaži Vennovim dijagramom skup  $S = \{3, 5, 6, 7\}$ .
- Zadani su skupovi  $A = \{1, a, 2, 4, b, 3\}$  i  $B = \{3, 4, 0, c\}$ .  
Prepiši u bilježnicu sljedeće tvrdnje tako da umjesto  $\square$  napišeš znak  $\in$  ili  $\notin$  da tvrdnja bude točna.

$b \square A$      $b \square B$      $1 \square A$      $1 \square B$      $2 \square B$   
 $2 \square A$      $0 \square A$      $0 \square B$      $3 \square B$      $c \square B$

- Promotri sliku pa ispiši elemente skupova  $A, B$  i  $C$ .



- Koliko elemenata imaju sljedeći skupovi?

$$B = \{b, a, r, b, a, r, a\}$$

$$M = \{m, a, t, e, m, a, t, i, k, a\}$$

- Svakom skupu iz lijevog stupca pronađi njemu jednaki skup u desnom stupcu.

$$A = \{a : a \text{ je paran broj manji od } 7\}$$

$$F = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, \dots\}$$

$$B = \{b : b \text{ je broj veći od } 4\}$$

$$K = \{5, 7, 9\}$$

$$C = \{c : c \text{ je neparan broj manji od } 10 \text{ ili veći od } 4\}$$

$$H = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$$

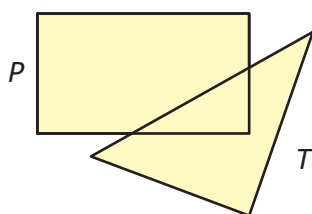
$$D = \{d : d \text{ je neparan broj manji od } 10 \text{ i veći od } 4\}$$

$$M = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, \dots\}$$

$$E = \{e : e \text{ je paran broj}\}$$

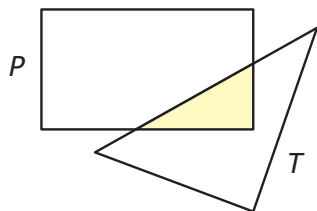
$$L = \{2, 4, 6\}$$

10. Koji je skup prikazan na slici obojanim dijelom ravnine?



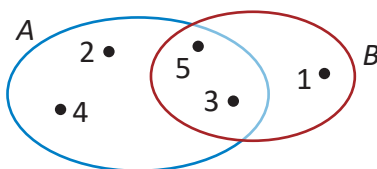
- a)  $P \cup T$
- b)  $P \cap T$

11. Koji je skup prikazan na slici obojanim dijelom ravnine?



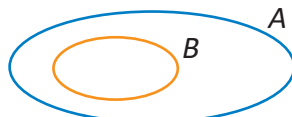
- a)  $P \cup T$
- b)  $P \cap T$

12. Zapiši, navođenjem njihovih elemenata, skupove A i B. Koji elementi skupa A pripadaju i skupu B?

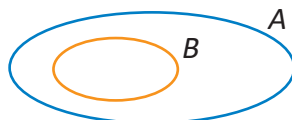


13. Precrtaj u bilježnicu pa bojom istakni traženi skup.

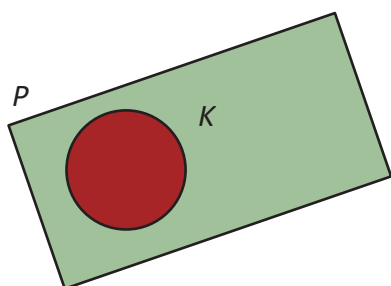
a)  $A \cup B$



b)  $A \cap B$



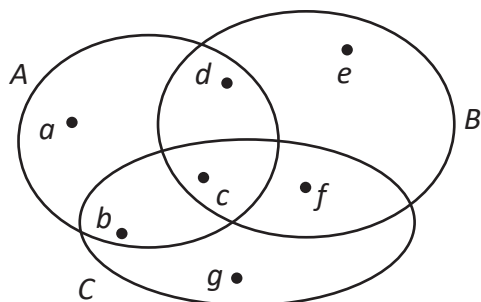
14. U ravnini su istaknuti skupovi P i K. Koja je od sljedećih tvrdnji točna?



- $K \in P$
- $K \subseteq P$

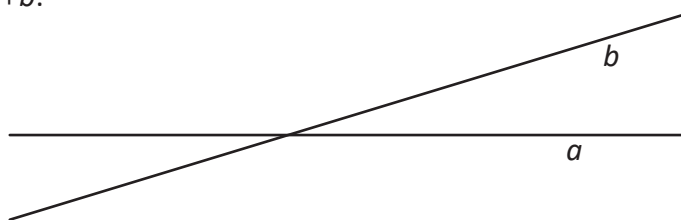
15. Neka je  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  i  $B = \{1, 2, 4, 7\}$ . Odredi skupove  $A \cap B$  i  $A \cup B$ .

16. Promotri sliku pa odredi tražene skupove.

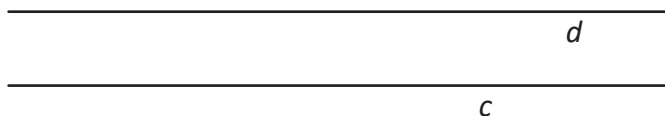


- a)  $C \cup A$
- b)  $C \cup B$
- c)  $A \cap B$
- d)  $B \cap C$

17. Na slici su pravci  $a$  i  $b$ . Precrtaj ih u bilježnicu pa istakni presjek tih dvaju skupova točaka. Odredi  $a \cap b$ .



18. Na slici su usporedni pravci  $c$  i  $d$ . Odredi  $c \cap d$ .

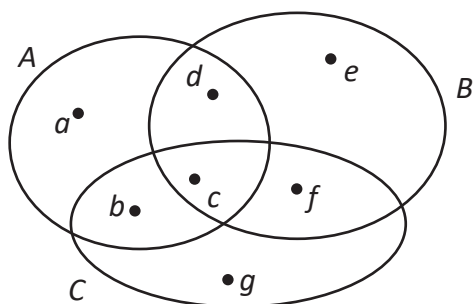


19. Neka je  $E = \{x : x \text{ je neparan broj manji od } 5\}$  i  $F = \{x : x \text{ je neparan broj veći od } 4\}$ . Što je unija skupova  $E$  i  $F$ ?

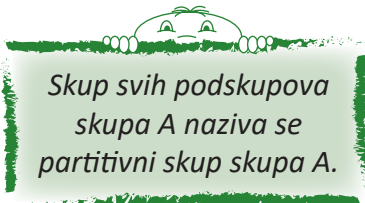
20. Odredi skupove  $A$  i  $B$  ako oni zadovoljavaju uvjete:

- $\Rightarrow A \cap B = \{x : x \text{ je neparan broj manji od } 4\}$
- $\Rightarrow$  brojevi 4 i 6 su elementi skupa  $B$ , ali nisu elementi skupa  $A$
- $\Rightarrow$  broj 5 je element skupa  $A$ , ali nije element skupa  $B$

21. Promotri sliku pa odredi tražene skupove.



- a)  $(A \cup B) \cap C$
- b)  $(A \cap C) \cup B$



Skup svih podskupova skupa  $A$  naziva se partitivni skup skupa  $A$ .

22. Zadan je skup  $A = \{a, b\}$ . Odredi sve podskupove skupa  $A$ .

23. Što je presjek skupa svih parnih i skupa svih neparnih brojeva?

24. U nekom odjelu petog razreda ima 13 učenika koji igraju košarku, 14 nogomet, a 5 i košarku i nogomet. Koliko je učenika u tom odjelu ako se svatko bavi barem jednim od ta dva sporta?

25. Ako skup  $A$  ima 10 elemenata, skup  $B$  17 elemenata, a skup  $A \cap B$  8 elemenata, koliko elemenata ima skup  $A \cup B$ ?

26. Je li istinita sljedeća tvrdnja? Objasni.

Ako skup  $A$  ima  $m$  elemenata, a skup  $B$   $n$  elemenata, tada skup  $A \cup B$  ima  $m + n$  elemenata.