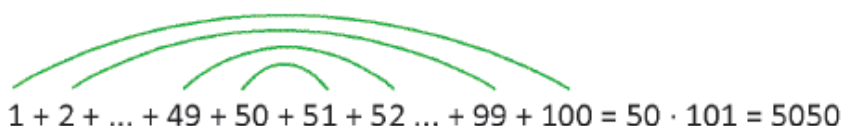


GAUSSOVA DOSJETKA

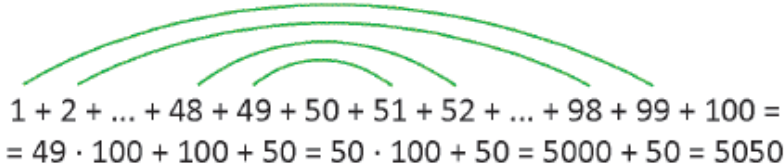
23

Krajem 18. stoljeća u njemačkom gradiću Braunschweigu jedan je učitelj htio zaposliti svoje učenike i dovršiti jedno započeto pismo. Zadao im je zadatak za kojeg je pretpostavio da će ga učenici dugo rješavati: trebalo je zbrojiti sve brojeve do 100. Nakon nekoliko minuta jedan je učenik iznenadio učitelja točnim rezultatom: 5050. Učitelju je objasnio da je zbrojio prvi i posljednji zadani broj $1 + 100 = 101$. Zatim je zbrojio drugi i preposljednji broj: $2 + 99 = 101$. Nastavi li tako, dobit će peteset parova zadanih brojeva, kojima je zbroj uvijek 101. Dakle,


$$1 + 2 + \dots + 49 + 50 + 51 + 52 \dots + 99 + 100 = 50 \cdot 101 = 5050$$

Mali dosjetljivi učenik bio je Carl Friedrich Gauss, sin siromašnog sedlara. Učitelj se pobrinuo da glas o njegovu talentu dopre do kneza koji je, nakon ovog događaja, preuzeo brigu o Gaussovu školovanju. Gauss mu se višestruko odužio baveći se raznim granama matematike i otkrivajući zakonitosti te znanosti.

Uočimo da se zbroj svih prirodnih brojeva do sto može izračunati i spajanjem parova na sljedeći način:


$$\begin{aligned} 1 + 2 + \dots + 48 + 49 + 50 + 51 + 52 + \dots + 98 + 99 + 100 &= \\ = 49 \cdot 100 + 100 + 50 &= 50 \cdot 100 + 50 = 5000 + 50 = 5050 \end{aligned}$$

DRUGI NAČIN

Označimo li zbroj prvih 100 prirodnih brojeva sa S , onda je:

$$\begin{array}{r} 1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100 = S \\ 100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1 = S \\ \hline 101 + 101 + 101 + \dots + 101 + 101 + 101 = 2 \cdot S \end{array}$$

Uočimo da se pribrojnik 101 u zbroju pojavljuje točno 100 puta, pa vrijedi:

$$101 \cdot 100 = 2 \cdot S, \text{ odnosno } 10100 = 2 \cdot S.$$

$$\text{Oдавde slijedi: } S = 10100 : 2 = 5050$$



Primjer:

Izračunajmo zbroj svih troznamenkastih brojeva koje možemo bez ostatka dijeliti s 3.

Računamo:

Najmanji traženi broj je 102, sljedeći je 105 itd. Najveći broj koji treba zbrojiti je 999. Dakle, potrebno je izračunati zbroj: $102 + 105 + \dots + 996 + 999$.

Svih troznamenkastih brojeva ima 900. Ovdje moramo zbrojiti svaki treći od njih, dakle, njih 300. Zbrojimo: $102 + 999 = 1101$, $105 + 996 = 1101$...

Rješenje:

Ovakvih parova imamo 150, pa je traženi zbroj: $1101 \cdot 150 = 165\,150$.

OD 1 DO 300

Koliki je zbroj svih brojeva manjih od 300?

NEPARNI

Koliki je zbroj svih neparnih brojeva manjih od 100?

A) 2 500 B) 2 250 C) 2 600 D) 3 000

IZRAČUNAJ

$100 - 99 + 98 - 97 + 96 - \dots + 4 - 3 + 2 - 1$

PARNI DVOZNAMENKASTI

Koliki je zbroj svih parnih dvoznamenkastih brojeva?

A) 2 400 B) 2 425 C) 2 430 D) 2 500

2 016 ZA DVIJE TISUĆE ŠESNAESTU

Izračunaj zbroj prvih 2 016 prirodnih brojeva.

**51 + ... + 100**

Koliki je zbroj svih brojeva između 51 i 100 uključujući i te brojeve?

KOLIKI JE ... (I)

...zbroj prvih 50 prirodnih brojeva?

A) 1 225 B) 1 250 C) 1 300 D) 1 275

KOLIKI JE ... (II)

... zbroj svih prirodnih brojeva manjih od 1 000 koji pri dijeljenju s 5 daju ostatak 4?

RAZLIKA

Kolika je razlika zbroja prvih 100 parnih brojeva i prvih 100 neparnih brojeva?

A) 100 B) 200 C) 400 D) 500

